



Matemática Multimídia

NÚMEROS
E FUNÇÕES



GUIA DO PROFESSOR



Experimento

Baralho mágico

Objetivos da unidade

- Examinar uma função logarítmica discreta a partir da execução de uma mágica com cartas;
- Motivar o estudo dos logaritmos.



UNICAMP

LICENÇA Esta obra está licenciada sob uma licença Creative Commons



FUNDO NACIONAL
DE DESENVOLVIMENTO
DA EDUCAÇÃO

Secretaria de
Educação a Distância

Ministério da
Ciência e Tecnologia

Ministério
da Educação



Baralho mágico

GUIA DO PROFESSOR

Sinopse

Este experimento explora um truque que consiste em adivinhar uma carta de baralho escolhida por uma pessoa. O objetivo final é mostrar que o algoritmo usado na execução da mágica está relacionado com uma função logarítmica.

Conteúdos

Função logarítmica.

Objetivos da unidade

- Examinar uma função logarítmica discreta a partir da execução de uma mágica com cartas;
- Motivar o estudo dos logaritmos.

Duração

Uma aula dupla.



Introdução

Muitos truques de mágica se fundamentam em princípios da Matemática. Pensando nisso, este experimento tratará de um truque com baralho que, aparentemente, não parece ter relação alguma com esta ciência. Contudo, se observarmos com atenção, de dentro da cartola mágica tiraremos algo surpreendente: uma função logarítmica!

A mágica usada na atividade consiste em o aluno escolher uma carta que será embaralhada seguindo uma sequência de passos. Analisar os resultados deste procedimento, então, fará parte da atividade. Assim, além de introduzir o conceito de função logarítmica, o experimento é motivacional e lúdico, transfigurando de certa forma o conceito que os alunos fazem deste conteúdo matemático.

Motivação

Neste GUIA iremos mostrar o porquê de a carta escolhida sempre parar no meio da coluna do centro e também trataremos de uma dúvida que deve ser bastante comum: por que há apenas um número ímpar de cartas na tabela proposta para a execução da mágica na FOLHA DO ALUNO?



O experimento

Etapa 1 A matemática das cartas

Professor, na mágica proposta pelo experimento, a carta escolhida termina sempre no centro da coluna do meio. Será que isso realmente sempre acontece? A presente etapa pretende provar que sim.

A condição necessária para que a carta escolhida termine sempre no meio é a de que o número de cartas e o número de colunas sejam ímpar. Então, sejam n o número ímpar de cartas e m o número ímpar de colunas da mágica; queremos mostrar que, na i -ésima iteração, a carta estará no centro da coluna do meio:

X	X	X
X	X	X
X	X	X
X	X	X
X	X	X
X	X	X
X	X	X
X	X	X
X	X	X
X	X	X
X	X	X
X	X	X
X	X	X
X	X	X
X	X	X
X	X	X

FIG. 1

Para que isso aconteça, queremos que, na iteração número $i - 1$, a carta termine no centro de uma das colunas, ampliando a nossa cobertura para 3 cartas:

X	X	X
X	X	X
X	X	X
X	X	X
X	X	X
X	X	X
X	X	X
X	X	X
X	X	X
X	X	X

FIG. 2

Analogamente, para que isso ocorra, precisamos que na iteração $i - 2$ as cartas estejam na região marcada, aumentando a cobertura para 9 cartas:

X	X	X
X	X	X
X	X	X
X	X	X
X	X	X
X	X	X
X	X	X
X	X	X
X	X	X
X	X	X

FIG. 3

Perceba que, quando distribuímos as cartas de uma das colunas, as cartas formam uma linha no centro, conforme mostrado na tabela da iteração $i - 2$. Ao realizar o mesmo raciocínio na iteração $i - 3$, cobriremos 27 cartas:

X	X	X
X	X	X
X	X	X
X	X	X
X	X	X
X	X	X
X	X	X
X	X	X
X	X	X
X	X	X

FIG. 4

Podemos concluir que o número de cartas cobertas na iteração $i - p$ será de 3^p . Na iteração 0, ou seja, antes de fazer qualquer iteração, cobriremos 3^i das cartas. Mas sabemos, de acordo com o que foi desenvolvido no experimento, que $i \geq \log_3 n$, ou ainda, $3^i \geq n$. Portanto, o número de cartas cobertas sempre será maior ou igual ao número de cartas com o qual começamos a mágica, ou seja, após i iterações, qualquer que seja a carta escolhida, ela irá convergir para o centro da coluna central.

Fechamento

É bastante provável que os alunos questionem o motivo de o número de cartas sempre ser ímpar no experimento. Isso acontece porque não há carta do centro quando temos um número par de cartas. Mas onde a carta fica se tivermos um número par de cartas e um número ímpar de colunas?

Vamos supor que a carta escolhida esteja na posição p da coluna antes da primeira iteração. Se utilizarmos três colunas, a posição dessa carta será o menor inteiro maior que $(p+t)/3$, onde t , é o número de cartas da coluna. Veja que isso acontece porque quando reagrupamos as cartas de modo que o monte escolhido esteja no meio, ela será a carta número $p + t$ da nova iteração.

Vamos realizar a mágica usando 18 cartas e supor que escolhemos a segunda carta da terceira coluna. Temos que, após a primeira iteração, a carta estará na terceira posição de alguma coluna ($(6+2)/3 = 2,6\dots$). Ao realizar a iteração novamente, a carta estará na terceira posição de alguma coluna novamente e, a partir desse ponto, a posição começa a se repetir, a carta se mantém na terceira posição. Como passamos essa carta para o centro do baralho, quando o reagruparmos, a carta estará na terceira posição da coluna do meio.

Ao realizar essas iterações para os mais variados números pares de cartas, perceberemos que no final elas sempre variam entre as duas cartas do meio da coluna central, já que, como dito anteriormente, não há centro da coluna para que ela pare.

O mesmo ocorre com as colunas, se elas forem de número par. A carta sempre irá variar entre as duas colunas centrais. Como a carta varia se tivermos um número par de colunas e/ou cartas, não é conveniente realizar esta mágica com esses números de cartas.

Variações

Variações podem ser facilmente obtidas alterando o número de cartas e o número de colunas, e as demonstrações são elementares a partir das já realizadas.

Bibliografia

LIMA, E.L. Et al; . **A Matemática do ensino médio**, volume 1. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira da Matemática, 2003

Ficha técnica

AUTOR

Kauan Pastini Paula Leite

REVISORES

Matemática

Antônio Carlos Patrocínio

Língua Portuguesa

Carolina Bonturi

Pedagogia

Ângela Soligo

PROJETO GRÁFICO

Preface Design



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

Reitor

Fernando Ferreira Costa

Vice-Reitor

Edgar Salvadori de Decca

Pró-Reitor de Pós-Graduação

Euclides de Mesquita Neto

MATEMÁTICA MULTIMÍDIA

Coordenador Geral

Samuel Rocha de Oliveira

Coordenador de Experimentos

Leonardo Barichello

INSTITUTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E COMPUTAÇÃO CIENTÍFICA (IMECC – UNICAMP)

Diretor

Jayme Vaz Jr.

Vice-Diretor

Edmundo Capelas de Oliveira

LICENÇA Esta obra está licenciada sob uma licença Creative Commons 