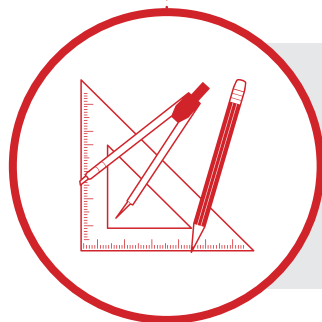




Matemática Multimídia

ANÁLISE DE DADOS  
E PROBABILIDADE



## O EXPERIMENTO

# Experimento


Um desafio à intuição – baralho e torradas

### Objetivo da unidade

Adotar a melhor estratégia em um jogo, de acordo com o resultado de um experimento aleatório.



UNICAMP

LICENÇA Esta obra está licenciada sob uma licença Creative Commons 

# Um desafio à intuição – baralho e torradas

## O EXPERIMENTO

### **Sinopse**

Este experimento apresenta dois jogos envolvendo o conceito de probabilidade condicional: como atribuir probabilidades em face de uma nova informação. Os alunos serão convidados a tomar posições e decisões neste contexto.

### **Conteúdo**

Probabilidade, Probabilidade Condicional.

### **Objetivo**

Adotar a melhor estratégia em um jogo, de acordo com o resultado de um experimento aleatório.

### **Duração**

Uma aula dupla.



# Introdução

---

A probabilidade é uma área da Matemática que normalmente atrai muita curiosidade e questionamento, já que se mostra bem próxima do nosso cotidiano.

Basicamente, a probabilidade lida com o conceito de incerteza e pode modelar experimentos ou observações cujo resultado não conhecemos com precisão, o que ocorre frequentemente na vida real.

Em alguns problemas de probabilidade, no entanto, temos nosso senso comum desafiado por resultados inesperados. É o que acontece quando lidamos com probabilidades condicionais: diante de uma nova informação, a probabilidade deve ser atualizada corretamente, trazendo às vezes respostas pouco intuitivas.

Neste experimento trabalharemos com dois jogos que normalmente incomodam os alunos por conta de as respostas não serem intuitivas. Ambos jogos possuem uma semelhança muito grande na sua essência, mas suas formulações são diferentes. Esse reforço nos ajudará na tentativa de mostrar aos alunos que a formalização de uma teoria tem como intuito permitir responder corretamente às questões levantadas.



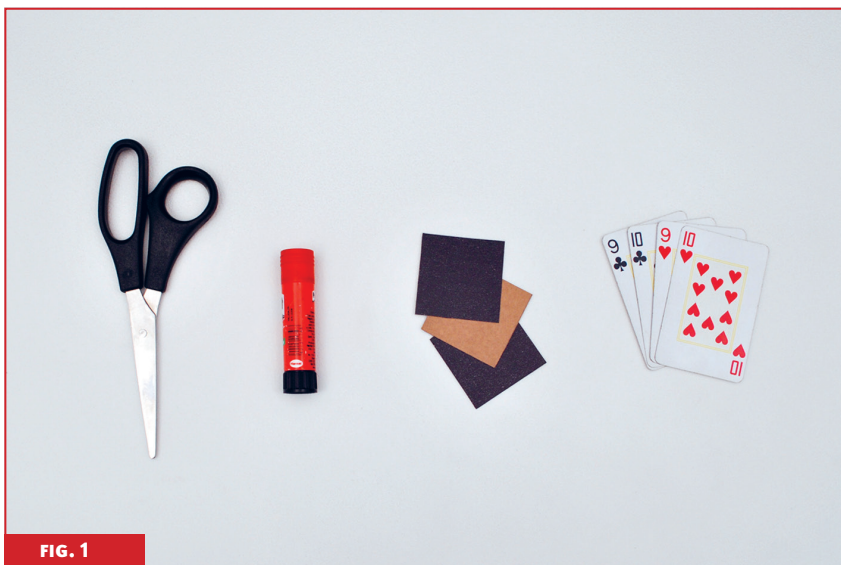
# O Experimento

---

## Material necessário

---

- 4 cartas de baralho (*duas vermelhas e duas pretas para cada par de equipes*);
- Cartolina;
- Tesoura;
- Cola;
- Lápis de cor (*apenas duas cores diferentes por equipe*).



---

## Comentários iniciais

---

Os jogos 1 e 2 devem ser feitos separadamente ou em aulas diferentes. No entanto, no Fechamento da atividade recomendamos que ambas as soluções sejam discutidas em conjunto, para fins de comparação.

---

## Preparação

---

Professor, com a FOLHA DO ALUNO já distribuída, explique as regras do jogo para garantir a participação dos alunos no experimento.

Divida a classe em grupos de 4 a 5 alunos, os quais por sua vez, serão divididos em duas equipes ou dois times.

### Jogo 1 (Jogo dos Naipes)

Cada grupo deve ter 4 cartas do baralho: 2 pretas e 2 vermelhas. Os alunos do grupo devem se dividir em duas equipes.

Com algum tipo de sorteio em cada grupo (par ou ímpar, por exemplo), a equipe vencedora deve escolher ser o time A ou o time B, como definido nas regras do jogo.

### Regras do jogo

1. As cartas são distribuídas, uma vermelha e uma preta para cada equipe;
2. Cada equipe embaralha as cartas viradas para baixo e escolhe uma das cartas ao acaso, sem virar;
3. As duas cartas escolhidas são novamente embaralhadas, viradas para baixo;
4. Uma das cartas é selecionada e desvirada, se for vermelha, vá para o item 1 e recomece o jogo, se for preta, vá para o item 5;
5. Se a outra carta for preta, o time A marca um ponto; se não, o time B marca um ponto;
6. Vence o jogo a equipe que alcançar 10 pontos primeiro.

\* *Verifique nos grupos se há preferência por um dos times, A ou B.*

### Jogo 2 (Jogo das Torradas)

Cada grupo deve ter um conjunto de três cartões de mesma cor e mesmo tamanho. Os alunos do grupo devem se dividir em duas equipes.

Defina dois símbolos diferentes (D, Q; círculo, quadrado; marca azul, marca vermelha etc) para indicar face Dourada ou Queimada. Um dos cartões deve ter o primeiro símbolo marcado em cada lado; outro cartão deve ter o segundo símbolo em cada lado; o terceiro cartão deve ter os dois símbolos, um de cada lado.

Com algum tipo de sorteio em cada grupo (par ou ímpar, por exemplo), a equipe ganhadora deve escolher ser o time A ou o time B definidos nas regras do jogo.

### Regras do jogo

1. Em cada partida, uma das equipes embaralha as três torradas sem que a outra equipe as veja (embaixo da carteira ou de um pano);
2. A equipe que não embaralhou escolhe uma das “torradas” (sem vê-la) e a põe em cima da mesa, com uma das faces visíveis;
3. Se a face visível for dourada, então o time A ganha um ponto se a face de baixo também for dourada; se não, o time B ganha um ponto. Se a face visível for queimada, o time B marca um ponto se a face de baixo for dourada; se não, o time A marca um ponto;
4. Vence o jogo a equipe que chegar em 10 pontos primeiro.

## Jogo dos Naipes

ETAPA

1

Professor, leia as regras com os seus alunos e certifique-se de que não há dúvidas sobre os procedimentos do jogo.

Feito isso, deixe que os alunos joguem durante, aproximadamente, 15 minutos.



FIG. 2

Os resultados obtidos em cada rodada devem ser anotados pelos grupos na TABELA 1. Professor, desenhe essa tabela na lousa para que os alunos a reproduzam no caderno.

Carta 1	Carta 2	Time vencedor (A ou B)

TABELA 1 Tabela para ser feita na lousa.

Depois que as jogadas tiverem sido realizadas, contabilize o total de vezes que o time A venceu uma rodada e o total de vezes que o time B venceu uma rodada, utilizando os resultados de todos os grupos da sala.

Calcule com os seus alunos a proporção das vitórias de cada equipe. Esperamos que a equipe A marque pontos em, aproximadamente,  $\frac{1}{3}$  das rodadas.

A seguir, com os resultados obtidos pela classe, preencha a TABELA 2 na lousa.

Carta 2 \ Carta 1	Preto	Vermelho	Total
Preto			
Vermelho			
Total			

TABELA 2 Tabela para ser reproduzida na lousa. Nas células internas encontramos o total de vezes de cada par de cartas.

Auxilie seus alunos a responder as seguintes questões:

- Em que proporção das jogadas a segunda carta foi vermelha?
- Em que proporção das jogadas as duas cartas foram da mesma cor? e
- Das vezes em que uma das cartas foi vermelha, em que proporção as duas cartas foram da mesma cor?

Discuta com eles a diferença entre essas proporções, mostrando a diferença entre os espaços amostrais e entre os eventos favoráveis.



Já no segundo caso, provavelmente os alunos pensarão que, se a parte clara cair para cima, existe uma possibilidade de a outra parte ser clara e uma de ser escura e, portanto, as chances de cada uma são a mesma.

Observe também que os dois problemas são basicamente os mesmos: como atualizar a probabilidade de um evento, depois de obter uma informação nova? Discuta essa semelhança com os seus alunos, dando ênfase à necessidade de formalização deste procedimento, o que pode ser obtido com a definição de probabilidade condicional.

Veja abaixo uma solução formal para os dois problemas:

### **Solução do Jogo dos Naipes**

Estamos interessados na probabilidade condicional, dado que a primeira carta é preta. Desta forma, eliminamos a possibilidade de duas cartas vermelhas: VV. Nosso espaço amostral se reduz então às possibilidades VP, PV e PP. Como, originalmente, todas têm a mesma chance relativa (0,25), então no novo espaço amostral elas continuam com mesma chance relativa, agora igual a  $\frac{1}{3}$ .

Destas três possibilidades, apenas uma delas (PP) é favorável ao time A. Portanto, a probabilidade do time A marcar um ponto é igual a  $\frac{1}{3}$ , que é a probabilidade de PP.

### **Solução do Jogo das Torradas:**

Suponhamos, sem perda de generalidade, que a face visível seja dourada “D”. Então,

$$\begin{aligned} P(\text{face de baixo igual a de cima} | \text{“D”}) &= \\ &= P(\text{“DD”} | \text{“D”}) = \frac{P(\text{“DD”} \cap \text{“D”})}{P(\text{“D”})} = \\ &= \frac{P(\text{“DD”})}{P(\text{“D”})} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

Isso é válido também se a face visível for queimada “Q”. Portanto, o time A tem  $\frac{2}{3}$  de chance de marcar um ponto.



# Ficha técnica

## AUTORA

Laura Letícia Ramos Rifo

## COORDENAÇÃO DE REDAÇÃO

Rita Santos Guimarães

## REDAÇÃO

Kauan Pastini Paula Leite

## REVISORES

### Matemática

José Plínio O. Santos

### Língua Portuguesa

Carolina Bonturi

### Pedagogia

Ângela Fátima Soligo

## PROJETO GRÁFICO

Preface Design

## ILUSTRADOR

Lucas Ogasawara de Oliveira

## FOTÓGRAFO

Augusto Fidalgo Yamamoto



## UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

### Reitor

Fernando Ferreira Costa

### Vice-Reitor

Edgar Salvadori de Decca

### Pró-Reitor de Pós-Graduação

Euclides de Mesquita Neto

## MATEMÁTICA MULTIMÍDIA

### Coordenador Geral

Samuel Rocha de Oliveira

### Coordenador de Experimentos

Leonardo Barichello

## INSTITUTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E COMPUTAÇÃO CIENTÍFICA (IMECC – UNICAMP)

### Diretor

Jayme Vaz Jr.

### Vice-Diretor

Edmundo Capelas de Oliveira

LICENÇA Esta obra está licenciada sob uma licença Creative Commons 