



Matemática Multimídia

GEOMETRIA
E MEDIDAS



O EXPERIMENTO



Experimento

Arco capaz e navegação

Objetivos da unidade

1. Resolver um problema prático utilizando Geometria Plana;
2. Explorar construções geométricas e suas propriedades;
3. Treinar habilidades no uso de régua e compasso.



UNICAMP

LICENÇA Esta obra está licenciada sob uma licença Creative Commons



FUNDO NACIONAL
DE DESENVOLVIMENTO
DA EDUCAÇÃO

Secretaria de
Educação a Distância

Ministério da
Ciência e Tecnologia

Ministério
da Educação



Arco capaz e navegação

O EXPERIMENTO

Sinopse

Neste experimento, os alunos terão o desafio de localizar um ponto no mapa com auxílio de régua, compasso e transferidor, sabendo apenas a localização de três pontos de referência e os ângulos formados entre eles. A proposta pode ser usada como aplicação ou como uma introdução, dependendo do conhecimento dos alunos sobre construções com régua e compasso.

Conteúdos

- Geometria Plana;
- Construções com régua e compasso;
- Obtenção de Arcos Capazes;

Objetivos

1. Resolver um problema prático utilizando Geometria Plana;
2. Explorar construções geométricas e suas propriedades;
3. Treinar habilidades no uso de régua e compasso.

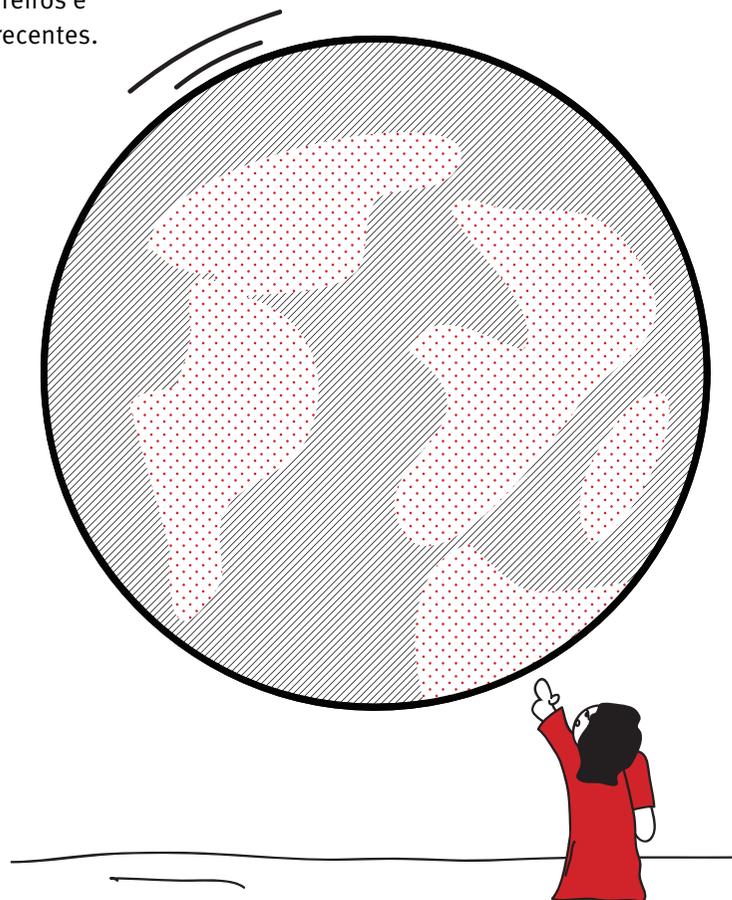
Duração

Uma aula simples.



Introdução

O desenvolvimento da matemática, durante a época áurea da Grécia antiga, foi auxiliado por três importantes ferramentas: régua, compasso e intelecto humano. A versatilidade desses instrumentos permitiram que sua utilização se estendesse desde os filósofos gregos até os pedreiros e marinheiros de tempos mais recentes.



A consagração dessas ferramentas deu-se com a publicação, por volta do século III a.C., do livro conhecido por *Elementos de Euclides*. No ensino da matemática, até não muito tempo atrás, o livro era parte da bibliografia fundamental na formação de qualquer aluno. Porém, observamos hoje um certo esquecimento em relação à forma de pensar e produzir matemática a partir de construções com régua e compasso. Pensando nisso, este experimento apresenta um interessante problema de navegação cuja solução vai mostrar uma aplicação bastante concreta das construções com essas ferramentas importantes.

O Experimento

Material necessário

- Carta náutica (*este material vem em anexo*);
 - Compasso;
 - Régua;
 - Transferidor.
- + *Uma carta náutica é uma representação cartográfica, ou seja, um mapa representando majoritariamente regiões marítimas ou costeiras e dando ênfase a elementos relevantes para os navegadores.*
-

Preparação

Como este experimento não envolve trabalho manual elaborado ou coleta de dados em grande quantidade, sugerimos que os alunos sejam divididos em grupos pequenos, com no máximo três membros.

O problema proposto

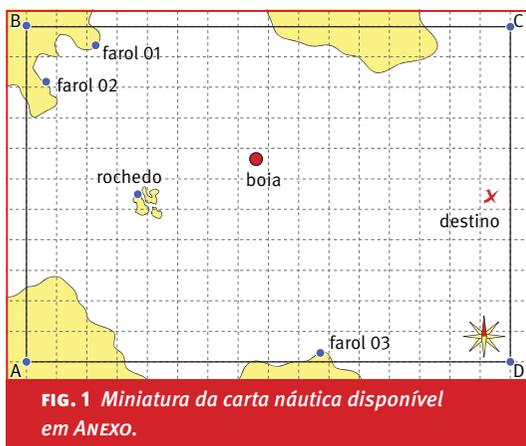


Na FOLHA DO ALUNO, é apresentada a seguinte situação:

Você está perdido no mar, mas consegue avistar três pontos que estão indicados na sua carta náutica: o farol 01, o rochedo e a boia. Pela escala da carta náutica você sabe a distância entre estes três pontos. Além disso, do ponto em que seu barco se encontra, você conseguiu mensurar um ângulo de 70° entre o farol 01 e o rochedo e 60° entre o rochedo e a boia.

Com estas informações, qual é o local do seu barco na carta náutica?

+ *Instrumentos para medir ângulos eram muito comuns e importantes no período das Grandes Navegações. Alguns exemplos são o astrolábio e o sextante.*



Na carta representada acima, os alunos explorarão a situação proposta ao longo de todo o experimento, inicialmente através de uma abordagem empírica e depois utilizando construções com régua e compasso.

Nesta etapa os alunos deverão fazer uma abordagem empírica para a solução da situação apresentada anteriormente.

Na FOLHA DO ALUNO, propomos que cada grupo escolha quatro pontos na carta náutica que lhes pareçam bons candidatos para o local do barco.

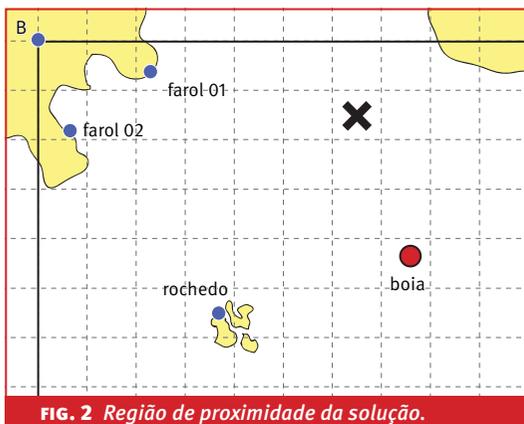
Marcados esses quatro pontos, os alunos devem coletar as medidas dos ângulos sob os quais cada um desses pontos avista os segmentos farol 01–rochedo e rochedo–boia. Isso pode ser feito facilmente traçando os segmentos que ligam os quatro pontos a cada uma das referências e, então, usando o transferidor para medir os ângulos.

É natural que os primeiros palpites sejam ruins. Incentive seus alunos a refinarem os palpites, mesmo que isso resulte em mais do que quatro pontos. Não se esqueça de pedir a eles para anotar os pontos na carta náutica e as medidas dos respectivos ângulos em alguma folha à parte.

Mais adiante mostraremos que a solução do problema pode não ser única. A figura abaixo mostra a região onde devem aparecer os pontos que melhor se encaixam como solução.

★ *Os alunos podem usar uma folha de papel semi-transparente sobre a carta náutica para minimizar as rasuras ou transpor os pontos para uma folha A4.*





A localização

ETAPA

2

Passada a primeira etapa, os alunos já devem ter bons candidatos para a localização do barco na carta náutica, porém, por melhor que sejam, essas respostas foram obtidas por tentativa e erro e podem não ser precisas o suficiente. Nesse ponto, o seguinte desafio é proposto aos alunos:

Desafio aos alunos

Tente obter o ponto exato da sua localização na carta náutica a partir das informações dadas, usando apenas régua, compasso e transferidor.

A solução para o problema não é trivial e envolve a construção de arcos capazes.

Definição de Arco Capaz

Arco capaz de um segmento é o lugar geométrico dos pontos que veem um segmento dado sob um mesmo ângulo de medida conhecida.

Neste ponto, há dois caminhos para conduzir a atividade. A decisão sobre qual deles escolher depende do conhecimento que seus alunos possuem sobre construções com régua e compasso:

1. Caso seus alunos *já estejam familiarizados com construções envolvendo régua e compasso*, sugerimos que eles próprios tentem por algum tempo obter a solução do problema. Posteriormente, discuta o procedimento que cada um adotou e apresente o procedimento que indicaremos a seguir;
2. Caso seus alunos *não estejam familiarizados com esse tipo de construção*, relembre algumas construções básicas, como mediatrizes e construções de ângulos retos. Depois de algum treino, apresente o procedimento a seguir e então deixe que o repitam nas suas cartas náuticas.

A construção do arco capaz

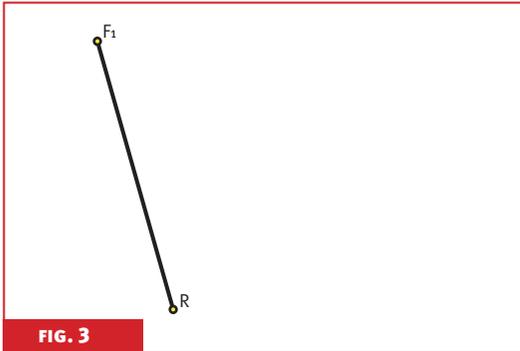
A solução geométrica do problema de encontrar o local do barco envolve



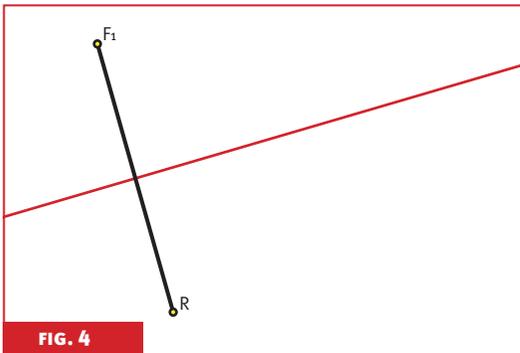
a obtenção de dois arcos capazes referentes aos dois segmentos e aos ângulos dados.

O procedimento apresentado a seguir nos leva ao arco capaz que enxerga o segmento farol 01–rochedo com um ângulo de 70° :

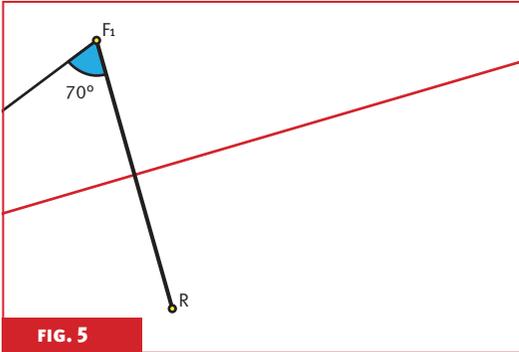
1. Trace o segmento que liga o *farol 01* ao *rochedo* ($\overline{F_1 R}$);



2. Trace a mediatriz do segmento $\overline{F_1 R}$;



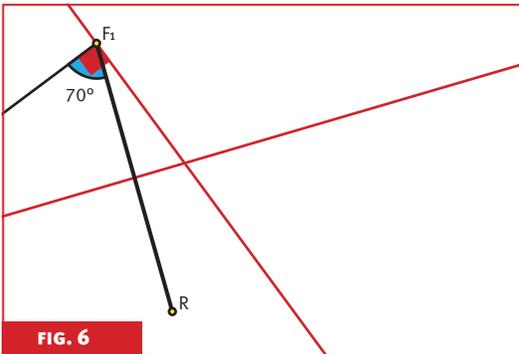
3. Construa uma semirreta partindo de um dos pontos extremos de $\overline{F_1 R}$ (aqui usaremos F_1 , mas a outra extremidade resultaria no mesmo arco capaz) de modo a formar com este um ângulo de 70° ;



! Note que a semirreta construída neste passo pode ser construída em qualquer um dos semiplanos determinados pela reta suporte do segmento inicial.

Essa ambiguidade será discutida adiante.

4. Por F_1 , trace uma reta perpendicular à semirreta construída no passo anterior;



5. O ponto onde se cruzam a reta traçada no passo anterior e a mediatriz do segmento inicial é o centro (C) de nosso arco, e o raio (r) é a distância de C a F_1 ou a R.



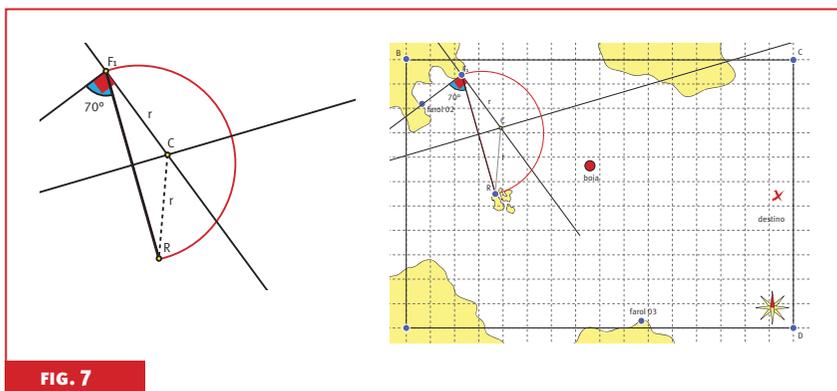


FIG. 7

Com isso, obtemos o arco capaz que enxerga o segmento *farol 01–rochedo* sob um ângulo de 70° . O próximo passo é construir o arco capaz que enxerga o segmento *boia–rochedo* sob um ângulo de 60° . O ponto onde os arcos se cruzarem é o ponto onde o barco se encontra no mapa.

★ *A justificativa do procedimento está disponível no GUIA DO PROFESSOR.*

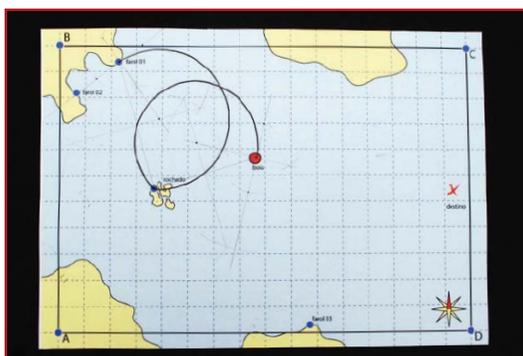


FIG. 8 *Os arcos capazes que mostram a localização do barco.*

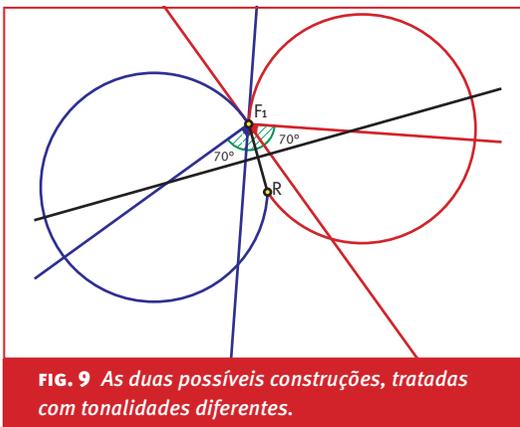
Se desejar, peça aos alunos que escolham alguns pontos sobre o arco obtido e meçam

os ângulos sob os quais eles avistam o segmento. Com isso, eles constatarão empiricamente que o arco obtido de fato tem a propriedade desejada.

Ambiguidade na construção

No terceiro passo do procedimento apresentado anteriormente há uma ambiguidade na construção: a semirreta pode ser construída em qualquer um dos semiplanos determinados pela reta suporte do segmento inicial.

A imagem abaixo mostra os dois arcos capazes que são obtidos a partir do segmento farol 01–rochedo sob um ângulo de 70° .



Note que eles são simétricos em relação ao segmento. Mas, como saber qual dos dois responde ao problema?

Em alguns casos, uma das duas possibilidades resulta em arcos capazes sem intersecção, o que elimina automaticamente a ambiguidade.



Em casos em que as duas possibilidades resultam em pontos válidos, a ordem na qual os pontos de referência são avistados resolve o problema, por exemplo: o farol 01 está à direita ou à esquerda do rochedo em relação a quem observa? Essa observação simples remove a ambiguidade.

No caso proposto aos alunos, só uma das duas possibilidades resulta em um ponto válido, mas outras escolhas de pontos e ângulos podem resultar em mais de uma solução.

Fechamento

Fazer geometria com régua e compasso não é uma habilidade que se adquire em apenas uma aula. Porém, o aluno habituado a pensar pela lógica dessas construções certamente possuirá recursos bastante úteis para o desenvolvimento de seus conhecimentos matemáticos.

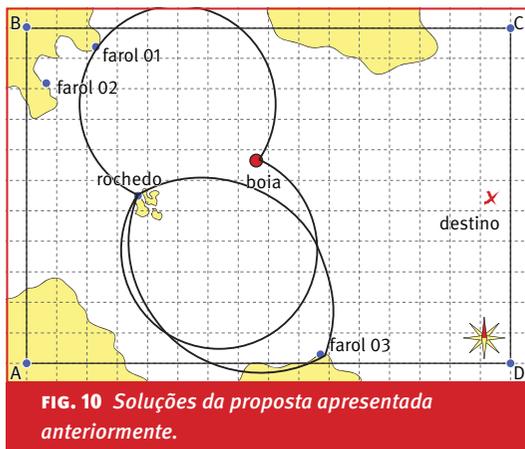
Consideramos fundamental que, no fechamento da atividade, seja apresentada aos alunos a demonstração de que todos os pontos pertencentes ao arco obtido pelos procedimentos apresentados anteriormente de fato enxergam o segmento inicial sob o ângulo esperado. Essa demonstração é feita no GUIA DO PROFESSOR e é acessível aos alunos, pois envolve apenas propriedades básicas de geometria plana.

Uma possibilidade para prolongar a atividade é montar outras situações usando a mesma carta náutica. Isso pode ser feito escolhendo-se três pontos de referência presentes nela, como o farol 03, a boia e o destino, e dois arcos sob os quais os pontos foram avistados.

Um exemplo, que admite duas soluções, está descrito abaixo:

Imagine agora que depois de uma tempestade você se encontra perdido novamente, mas consegue avistar três pontos que estão indicados na sua carta náutica: o rochedo, a boia e o farol 03. E, do ponto em que seu barco se encontra, você é capaz de mensurar um ângulo de 40° entre o rochedo e a boia e também 110° entre o rochedo e o farol 03.

Você saberia encontrar sua localização na carta náutica?



Outra possibilidade é deixar que os próprios alunos montem novas configurações usando os elementos da carta náutica e depois troquem entre si para resolvê-las.

Dependendo das escolhas, os arcos podem ficar muito grandes e a posição do barco extrapolar os limites da carta náutica, mas isso não é um impedimento para que se obtenha a resposta, pois a carta náutica pode ser estendida agregando outras folhas de papel ao seu redor.

Ficha técnica

AUTOR

Leonardo Barrichelo

COORDENAÇÃO DE REDAÇÃO

Fabício de Paula Silva
e Leonardo Barichello

REDAÇÃO

Luiz Fernando Giolo Alves

REVISORES

Matemática

Antônio Carlos do Patrocínio

Língua Portuguesa

Carolina Bonturi

Pedagogia

Ângela Soligo

PROJETO GRÁFICO

Preface Design

ILUSTRADOR

Lucas Ogasawara de Oliveira

FOTÓGRAFO

Augusto Fidalgo Yamamoto



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

Reitor

Fernando Ferreira Costa

Vice-Reitor

Edgar Salvadori de Decca

Pró-Reitor de Pós-Graduação

Euclides de Mesquita Neto

MATEMÁTICA MULTIMÍDIA

Coordenador Geral

Samuel Rocha de Oliveira

Coordenador de Experimentos

Leonardo Barichello

INSTITUTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E COMPUTAÇÃO CIENTÍFICA (IMECC – UNICAMP)

Diretor

Jayme Vaz Jr.

Vice-Diretor

Edmundo Capelas de Oliveira

LICENÇA Esta obra está licenciada sob uma licença Creative Commons 