



Matemática
Multimídia



Guia do Professor



Áudio

Tubarões e Fractais

Série Rádio Cangália

Objetivos

1. Apresentar um estudo sobre trajetória de tubarões e a conexão aos fractais..



UNICAMP

ATENÇÃO Este Guia do Professor serve apenas como apoio ao áudio ao qual este guia se refere e não pretende esgotar o assunto do ponto de vista matemático ou pedagógico.

LICENÇA Esta obra está licenciada sob uma licença Creative Commons 

Tubarões e Fractais

Série

Rádio Cangália

Conteúdos

Funções e números, fractais, Geometria e medidas.

Duração

Aprox. 10 minutos.

Objetivos

1. Apresentar um estudo sobre trajetória de tubarões e a conexão aos fractais.

Sinopse

O programa apresenta a notícia de um estudo sobre percurso de tubarões em caça. O estudo mostra que a trajetória percorrida não é fruto do acaso, mas segue um padrão comparável a curva fractal.

Material relacionado

Vídeos: *Arte e Matemática*,
Código Pascal;

Experimentos: *O quadrado de Koch*.



Introdução

Sobre a série

A série *Rádio Cangália* apresenta programas descontraídos de variedades que usualmente abordam uma informação ou notícia de conhecimentos gerais, com comentários de um professor de matemática. Os temas não são tratados em profundidade, mas oferecem oportunidade de o professor trabalhar assuntos interdisciplinares em sala de aula ou em atividades extraclasse. O programa pode trazer também uma piada ou uma frase célebre, sem preocupações maiores além de oferecer motivos de discussão em torno de um conteúdo e reforçar a descontração.

Sobre o programa

Os tubarões aperfeiçoam suas chances de caça ao nadarem em curvas com características de fractais.

As observações dos cientistas mostraram que os tubarões não andam apenas ao acaso. Eles percorrem trechos relativamente longos em linha reta, e depois vários trechos relativamente curtos em direções variadas e assim por diante. Os cientistas caracterizaram assim que esse tipo de percurso parece a um fractal. Os cientistas observaram o percurso de um tubarão e compararam a um percurso simulado em computador de mesmo comprimento total que seria feito ao acaso. E de fato são bem distintos.

Fractal é um objeto matemático que apresenta auto-similaridade em qualquer escala de observação, isto é, fazendo zoom de aproximação ou de afastamento o objeto é essencialmente o mesmo. Em outras palavras, ele se repete em todas as escalas. Na natureza alguns objetos ou medidas têm comportamento aproximado ao de um fractal, mas em muitos casos a auto-similaridade é apenas aparente em determinada escala.



O programa foi desenvolvido a partir das seguintes falas:

- Esta é a RÁDIO CANGÁLIA (efeito sonoro)
- A rádio que não é necessária,
- Nem suficiente,
- Para aprender matemática.
- Mas pode ajudar!
- Olá, ouvintes! Esta é mais uma edição da nossa querida Rádio Cangália! Sou o Henrique e do meu lado: Ivone!
- Olá, alunos e ouvintes! Obrigada pela cordialidade Henrique. E do meu lado o professor Leumas.
- Saudações ouvintes! E nosso tema de hoje envolve Tubarões.
- ...o tubarão que é um dos mais temidos animais marinhos!
- ...o astro principal daquele filme do *Steven Spielberg*: Tubarão.
- ...e, não podemos esquecer: (Tom de como se falasse para uma criança) era o animal predileto do nosso Henriquinho quando era pequeno!
- O que?! Quem contou pra você, Ivone?
- Até parece que não sabe Henrique. Sua mãe contou.
- (Continua) (Fala como se tivesse contando uma fábula) Certa vez, quando vínhamos eu e Henrique gravar uma Edição do Cangália, eis que vem a mamãe do Henrique com seu lanchinho, que havia esquecido em casa.
- Que história é essa, Ivone?
- (Interrompe) Silêncio, Henrique, que a história está interessante...
- (continua) Sua mãe entrega o lanche e diz, com muita ternura: “tchau, meu tubarãozinho!”. Perguntei para sua mãe o porquê do nome e ela disse que é porque você adorava tubarões e sonhava em ser um!
- Olha só que fofura! Esse tipo de sonho é comum para as crianças.
- Essa foi a maior mentira que já ouvi... e até você professor?
- hum... estou rindo da piada do dia que contarei mais tarde.
- (risos) Desculpe, Henrique, não agüentei. Mas, sabe, combina muito com sua personalidade...
- (interrompe) Tá bom, ta bom. Pra que perder tempo com esse assunto... Vamos logo para a notícia do dia, né?
- Tá bom, tubarãozinho... quer dizer, Henriqui... Henrique.
- Além das várias características favoráveis dos tubarões como seu senso de equilíbrio e sua rapidez, eles também possuem métodos muito eficazes de caça...
- Cientistas mostraram que o caminho de caça dos tubarões não é feito ao acaso, principalmente quando o alimento está escasso.



- Por exemplo, Eles nadam em linha reta por uma longa distância e mudam a direção em caminhos mais curtos.
- Esse tipo de caminho, dizem os cientistas, lembra a um fractal, que é uma figura matemática cuja forma se repete em qualquer escala que a observarmos.
- Calma, aí, professor, como e porque os tubarões desenham essa figura com o seu percurso?
- Não sei ao certo porque, pois sou professor de matemática e não biólogo, mas é muito interessante essa observação dos cientistas.
- Devia saber mais sobre “pensamentos de tubarão”, Henrique, já que quer ser um!
- Eu (ressalta a palavra) QUERIA ser tubarão até os 13 anos de idade!
- Um pouco tardio, mas compreensível que na adolescência outras atrações superam os sonhos infantis. Eu com treze anos já sabia que nunca poderia ser um coelho branco com olhos vermelhos (termina a frase antes, sem graça).
- (risos) Ih... professor, que história é essa de coelhinho branquinho de olhinhos vermelhos, hem?
- Nada não
- “Nada não”, é? Vamos pro intervalo que você vai me contar tudo, professor. Voltamos já com o segundo bloco da Rádio Cangália. (Fade out) Pode contando aí, professor.
- Estamos de volta à Rádio Cangália em que falamos sobre tubarões, tubarãozinho e que as trajetórias de caça de um tubarão são parecidas com curvas fractais.
- E sabemos também que o professor, quando era pequeno, queria ser um coelhinho branquinho de olhinhos vermelhos.
- Não tem graça, Henrique, isso foi até meus cinco anos de idade, e não até a minha pré-adolescência.
- Tá bem, tá bem. Antes de voltarmos ao assunto dos tubarões, qual é a piada desse programa?
- Quantas pessoas são necessárias para medir a volta de um círculo?
- Ai, pera ai, professor, é a piada dos dois pierres? Essa já é bem conhecida.
- Não, Ivone, tente outra vez.
- Não sei.
- Dois PIRRAIO!
- (Desdenhando) Trocou dois Pierre por dois pirraio, hein? Que diferença.
- É que vamos falar sobre o comprimento de algumas trajetórias.
- As trajetórias dos tubarões, certo?



- Sim, para o tubarão nadar uma trajetória no mar à procura de alimentação escassa, ele tem que gastar o menor esforço possível para conseguir caçar.
- Mas se o menor esforço quer dizer a menor distância então o tubarão deve seguir em linha reta, pois entre dois pontos o menor comprimento é o de um segmento de reta.
- Certo, Ivone. Mas se nesse segmento de reta não encontrar nada, o tubarão pode ter gasto energia sem reposição.
- ... e aí por isso ele muda de direção de vez em quando!
- Faz sentido, não é Henrique? Essas observações recentes mostraram que o tubarão nem faz um percurso completamente linear nem totalmente embolado e aleatório.
- Mas isso tem um padrão característico?
- Sim. É o padrão de uma curva fractal.
- E como os cientistas diferenciaram uma curva de outra?
- Aí que entra o cálculo de perímetros e arcos de círculo que vemos no ensino médio. Eles compararam o nado de um tubarão com a simulação de computador de uma curva aleatória de mesmo comprimento e ficou bem claro que elas são diferentes.
- Ah... então isto prova que o tubarão nada em curvas fractais!
- Não é uma demonstração matemática. Primeiro porque não é um fractal matemático a rigor, segundo por que é apenas um caso. Mas é uma observação interessante.
- Mas, professor, como é se calcula o comprimento de arcos e perímetros?
- Bem Ivone, a piada do Dois Pirraio mostra bem que para calcular o comprimento do perímetro de um círculo, ou seja, a sua circunferência multiplicamos o dobro do número irracional Pi; que é aproximadamente três vírgula quatorze, quinze (3,1415); pelo raio do círculo.
- E se o tubarão não der a volta completa?
- Nesse caso, calculamos uma fração do comprimento da circunferência. Podemos considerar o ângulo subtendido pelo arco. Dessa forma o comprimento do arco vai ser dado pelo ângulo; em radianos, não em graus; multiplicado pelo raio.
- Entendido como calcular o comprimento das partes da trajetória nos casos que o tubarão fizer curvas circulares. E quando a curva for mais complicada?
- Na realidade a trajetória observada do tubarão é quebrada em trechos pequenos que podem ser segmentos de retas e arcos de círculos de raios variados.



- E como se calcula o comprimento de um segmento de reta no oceano?
- Vocês vão aprender ou já aprenderam em geometria analítica que a distância entre dois pontos no espaço de três dimensões é dada pela raiz quadrada da soma dos quadrados dos comprimentos das distâncias em cada direção do espaço.
- Não aprendi isso não.
- Basta lembrarem o teorema de Pitágoras. O segmento de reta entre dois pontos é a hipotenusa de um triângulo retângulo e os seus catetos são os segmentos nas direções apropriadas de um sistema cartesiano.
- Ah entendi: A gente faz um sistema de eixos no oceano pra identificar os pontos por onde o tubarão nada. E a cada segmento de reta a distância entre dois pontos é usada. Quando o tubarão faz curvas, o comprimento do arco é usado. E os cientistas vão somando cada trecho.
- É isso mesmo. Agora dá para perceber todo seu instinto de tubarão.
- Ô professor! E o SEU instinto de coelhinho branquinho de olhinhos vermelhos, hein?
- Não briguem! O que importa é que entendemos um pouco como os cientistas concluíram que os tubarões fazem trajetórias do tipo fractal à procura de alimentos escassos.
- (emburrado) Sim, Ivone... E qual é a frase de hoje?
- A frase de hoje é de Mahatma Gandhi: Não há caminho para a felicidade. A felicidade é o caminho.
- (apressado) Muito bem. A felicidade é o caminho. Então vamos, em linha reta, para o final desse programa Cangália. (falando mais baixo) Antes que voltem a me chamar de tubarãozinho, instinto de tubarão...
- Isso mesmo, tubarãozinho... quer dizer, Henrique!
- Olha... Ivone... eu falei...
- (Interrompe/ Apressado) Bem, é isso aí alunos, até a próxima. (Fade out)
- Calma aí, crianças...



Sugestões de atividades

Antes da execução

No estudo dos cientistas dos tubarões, eles precisam saber o comprimento de toda a sua trajetória. Assim, o professor pode revisar os conceitos de comprimento de circunferência, comprimento de arco de círculo, perímetros de figuras planas e distâncias entre pontos dados no plano ou no espaço a partir de suas coordenadas.

Durante a execução

Escreva no quadro as informações relevantes mencionadas no programa à medida que eles forem falados.

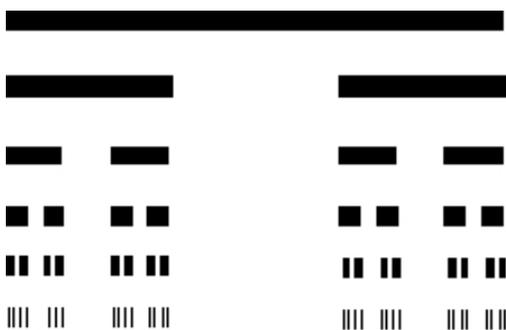
Depois da execução

Nuvens não são esferas, montanhas não são cones, orlas marinhas não são circunferências, latidos não são suaves e relâmpagos não viajam em linhas retas.

Benoit Mandelbrot (1924-2009)

O professor pode desenvolver o conteúdo abordado no programa como a seguir.

Pontos de Cantor



Pedir para os alunos desenharem cinco passos da construção do conjunto dos pontos de Cantor, ou poeira de Cantor. Considere um segmento de reta, divida-o em três partes e remova a parte do meio. Repita o processo para os segmentos que sobram. O



resultado deve ser como ilustrado acima. Se o procedimento for repetido infinitamente, vai restar um conjunto com infinitos pontos, mas que não formarão um segmento de reta. Em certo sentido, o comprimento desse conjunto de infinitos pontos da poeira de Cantor é zero.

Sugestões de leitura

M. Paiva (2002). **MATEMÁTICA: CONCEITOS, LINGUAGEM E APLICAÇÕES.**

Editora Moderna. Vol 1.

Barbosa, R. M. (2005). **DESCOBRINDO A GEOMETRIA FRACTAL – para a sala de aula.** 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica.

Fractart, Grupo. **JANELAS PARA O INFINITO: EXPOSIÇÃO SOBRE FRACTAIS,**

<http://www.fractarte.com.br/> página visitada em 29 de Jul/2011.

Ficha técnica

Autor *Samuel Rocha de Oliveira e Luis Ricardo Sarti*

Coordenação de Mídias Audiovisuais *Prof. Dr. Eduardo Paiva*

Coordenação Geral *Prof. Dr. Samuel Rocha de Oliveira*

Universidade Estadual de Campinas

Reitor *Fernando Ferreira Costa*

Vice-reitor *Edgar Salvadori de Decca*

Pró-Reitor de Pós-Graduação *Euclides de Mesquita Neto*

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica

Diretor *Caio José Colletti Negreiros*

Vice-diretor *Verónica Andrea González-López*

