



Matemática  
Multimídia



## Guia do Professor



# Áudio

### O que é poliedro?

#### Série O que é?

#### Objetivos

1. Discutir os significados da palavra poliedro no contexto da Matemática;
2. Apresentar algumas propriedades e definições básicas dos poliedros.

**ATENÇÃO** Este Guia do Professor serve apenas como apoio ao áudio ao qual este guia se refere e não pretende esgotar o assunto do ponto de vista matemático ou pedagógico.

**LICENÇA** Esta obra está licenciada sob uma licença Creative Commons 



UNICAMP

# O que é poliedro?

## **Série**

O que é?

## **Conteúdos**

Geometria Espacial: Poliedros.

## **Duração**

Aprox. 10 minutos.

## **Objetivos**

1. Discutir os significados da palavra poliedro no contexto da Matemática;
2. Apresentar algumas propriedades e definições básicas dos poliedros.

## **Sinopse**

Neste programa, o apresentador discute com um convidado especial, contando com algumas participações de ouvintes, o significado da palavra poliedro no contexto da Matemática.

## **Material relacionado**

Experimentos: *Cortar cubos, Esqueletos no espaço, Qual prisma de maior volume?*;  
Áudio: *O que é paralelogramo?*;  
Vídeo: *A maldição da pirâmide, Sinfonia de poliedros.*

# Introdução

---

## Sobre a série

---

A proposta da série “O que é?” é fazer uma discussão introdutória e sem grandes aprofundamentos de alguns conceitos do currículo de Matemática do Ensino Médio que contenham palavras “incomuns” fora do contexto da Matemática, como logaritmo, baricentro, hipérbole, etc.

A série simula um programa de entrevistas em uma rádio, na qual o entrevistador apresenta a palavra que servirá de tema e chama um convidado relacionado com Matemática para explicar o significado da tal palavra. Nessa conversa, são discutidos significados dentro e fora do contexto da Matemática, apresentada alguma aplicação daquele conceito e, no final do programa, é feita uma sugestão de pesquisa ou aprofundamento em torno do tema.

Devido a sua proposta, os programas desta série são mais adequados para introduzir os conceitos discutidos. Outra possibilidade é usá-los como tarefa, para que os alunos ouçam e, na aula seguinte, iniciem com uma discussão sobre os significados da palavra em questão.

## Sobre o programa

---

Este programa começa discutindo a definição de poliedro.

É importante chamar a atenção a uma das características da Matemática que é a fidelidade às definições e à lógica clássica. Neste programa, é apresentada uma definição de poliedro, que é uma das mais intuitivas para o Ensino Médio e contempla a imensa maioria dos problemas e situações propostos neste nível, mas não contempla explicitamente diversas sutilezas envolvidas nesse conceito aparentemente simples.



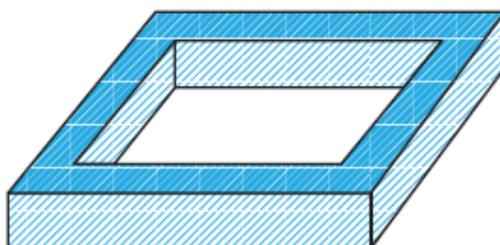
Neste guia, apresentaremos uma definição bastante formal e discutiremos cada dessas sutilezas. Para discussões mais aprofundadas veja o artigo em inglês de Branko Grünbaum (vide bibliografia).

**Definição:** um poliedro é a reunião de um número finito de polígonos, chamados de faces. É exigido que cada lado de um desses polígonos seja também lado de um, e apenas um, outro polígono e ainda que a intersecção de duas faces distintas do sólido seja uma aresta comum, um vértice ou vazia. Os lados desses polígonos são chamados de arestas do poliedro e os seus vértices, de vértices do poliedro.

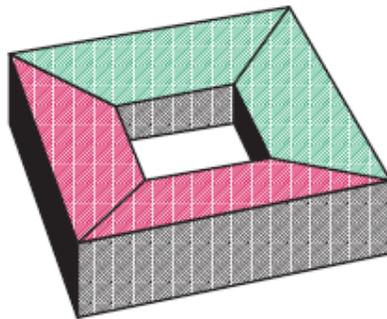
Agora, vamos discutir algumas das sutilezas dessa definição.

### Faces poligonais

A condição de que as faces sejam poligonais, exclui os sólidos com faces arredondadas, como o cone, cilindro e esfera, pois os polígonos são figuras planas. Além disso, essa condição exclui sólidos como os mostrados abaixo.



Note que a face mais escura não é um polígono, mas sim a região compreendida entre dois retângulos. Porém, se alterarmos um pouco este sólido, como na figura abaixo, temos um sólido que pode ser classificado como poliedro (considerando, é claro, que as faces não visíveis na imagem também estejam de acordo com a definição dada).



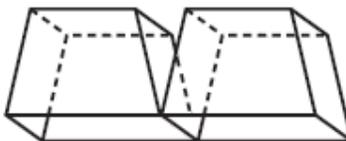
Veja que a face de cima foi decomposta em quatro quadriláteros e com isso o buraco no meio do sólido não descaracteriza nenhuma das faces como um polígono. Note que o poliedro pode ter buracos, mas não as faces, pois nesse caso elas não são poligonais e, portanto, o sólido deixa de ser classificado como poliedro.

É claro que essa mudança altera o número de faces, arestas e vértices do sólido, mas permite a classificação dele como poliedro.

### Os lados das faces

A definição de poliedro dada exige que “cada lado de um desses polígonos seja também lado de um, e apenas um, outro polígono”. Essa condição exclui outros dois casos.

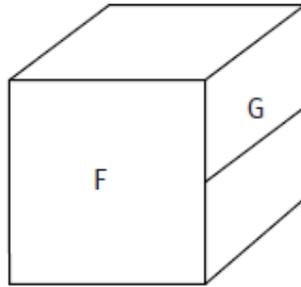
O primeiro é o caso dos sólidos nos quais incide mais de duas faces em uma mesma aresta, como o sólido abaixo, que é obtido encostando a base de dois trocos de pirâmides:



Veja que na aresta que une as duas bases, incidem 4 faces, portanto, este sólido não é um poliedro.

O segundo caso é dos sólidos em que o lado de um polígono está estritamente contido no lado de outro polígono, como mostrado abaixo.

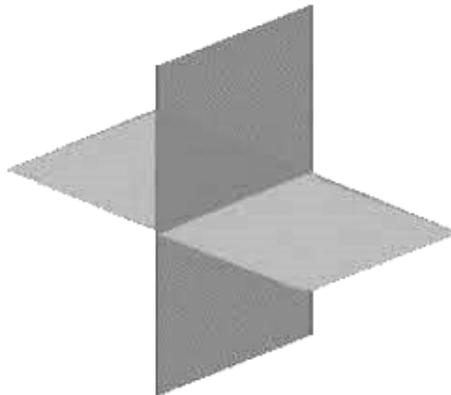




Veja que um dos lados do polígono F é lado do polígono G, mas também do polígono abaixo dele, portanto, esse sólido não é um poliedro. Porém, se removermos o lado da base do polígono G, fundindo os dois polígonos da lateral visível do sólido, temos um poliedro, mais precisamente, um cubo.

### As intersecções das faces

A definição de poliedro dada anteriormente também exige que “a intersecção de duas faces distintas do sólido seja uma aresta comum, um vértice ou vazia”. Essa condição exclui sólidos em que as faces se interseccionam como planos concorrentes no espaço, como na imagem abaixo.



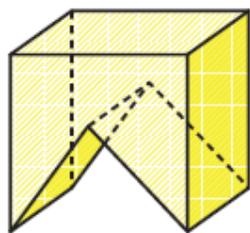
As sutilezas discutidas exploram aspectos incomuns quando se pensa nos poliedros estudados no Ensino Básico, porém, esse nível de detalhamento é necessário quando discutimos propriedades e situações mais complexas, como a relação de Euler.



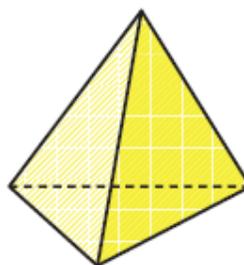
Para quem desejar se aprofundar nessa questão, o livro “Provas e Refutações”, de Imre Lakatos, faz uma discussão filosófica sobre Matemática explorando exatamente o caso da relação de Euler e a definição precisa de poliedro.

O programa segue discutindo o que são poliedros convexos e não-convexos.

**Definição:** um poliedro é dito convexo se quaisquer dois pontos escolhidos no seu interior podem ser ligados por um segmento de reta que também esteja totalmente no interior do poliedro.



Poliedro não-convexo



Poliedro convexo

No segundo bloco, é apresentada e discutida a relação de Euler. Para aprofundamentos sobre esse tema, recomendamos a leitura do experimento *Cortar Cubos*, que sugere uma atividade exploratória em torno deste conteúdo, e do seu Guia do Professor.

Para finalizar o programa, os participantes discutem um pouco sobre poliedros regulares. Este tópico deve ser encarado como uma curiosidade, uma vez que não aparece no currículo regular de Matemática, porém, pelo seu apelo histórico devido aos sólidos platônicos, pode ser uma boa oportunidade para pesquisas e trabalhos interdisciplinares.



# Sugestões de atividades

---

## Antes da execução

---

Uma possibilidade de atividade com os alunos em torno deste áudio é pedir que eles escrevam em um papel qual o significado que eles atribuem à palavra que será discutida antes e depois de ouvirem o programa.

Essa pode ser uma boa maneira de conhecer melhor a formação prévia dos seus alunos e, no final, o que eles entenderam daquilo que ouviram.

## Depois da execução

---

Este áudio abre a possibilidade de discussão em torno de pelo menos 3 grandes conteúdos (poliedros propriamente ditos, convexidade e relação de Euler, poliedros regulares) e o professor deve escolher qual explorar após o áudio de acordo com as necessidades e interesses da sua sala de aula.

Para o primeiro deles, sugerimos a pesquisa de sólidos que se encaixam ou não na definição de poliedro, a qual pode suceder uma discussão sobre a convexidade de cada sólido pesquisado.

Para o segundo, sugerimos o uso do experimento *Cortar Cubos*, disponível no portal [www.m3.mat.br](http://www.m3.mat.br), que explora especificamente este conteúdo através de uma atividade manipulativa.

Para o terceiro, sugerimos um trabalho interdisciplinar envolvendo História, Filosofia, Matemática e Física, explorando respectivamente: a Grécia Antiga, a filosofia de Platão, os cinco poliedros regulares e modelos do sistema solar. Para a parte matemática, sugerimos o capítulo 10 do livro “A Matemática do Ensino Médio, volume 2”.



---

## Sugestões de leitura

---

LIMA, E. L. et al. **A Matemática do Ensino Médio volume 2**. Sociedade Brasileira de Matemática.

B. Grünbaum, *Are your polyhedra the same as my polyhedra?*. In: B. Aronov, S. Basu, J. Pach and M. Sharir, Editors, **Discrete and Computational Geometry: The Goodman–Pollack Festschrift**, Springer, New York (2003), pp. 461–488.

---

## Ficha técnica

---

Autor *Leonardo Barichello*

Revisor *Samuel Rocha de Oliveira*

Coordenador de audiovisual *Prof. Dr. José Eduardo Ribeiro de Paiva*

Coordenador acadêmico *Prof. Dr. Samuel Rocha de Oliveira*

### **Universidade Estadual de Campinas**

Reitor *Fernando Ferreira Costa*

Vice-reitor *Edgar Salvadori de Decca*

Pró-Reitor de Pós-Graduação *Euclides de Mesquita Neto*

### **Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica**

Diretor *Jayme Vaz Jr.*

Vice-diretor *Edmundo Capelas de Oliveira*

