Matemática Multimídia

Geometria e medidas

Guia do Professor

Áudio

O que é paralelogramo?

Série **O que é?**

Objetivos

1. Discutir os significados da palavra paralelogramo no contexto da Matemática;
2. Discutir a classificação de quadriláteros e algumas de suas propriedades.

ATENÇÃO Este Guia do Professor serve apenas como apoio ao áudio ao qual este guia se refere e não pretende esgotar o assunto do ponto de vista matemático ou pedagógico.

UNICAMP

FUNDO NACIONAL DE DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO

Secretaria de Educação a Distância

Ministério da Ciência e Tecnologia

Ministério da Educação

BRASIL UM PAÍS DE TODOS GOVERNO FEDERAL

O que é paralelogramo?

Série
O que é?

Conteúdos
Geometria Plana: Quadriláteros.

Duração
Aprox. 10 minutos.

Objetivos
1. Discutir os significados da palavra paralelogramo no contexto da Matemática;
2. Discutir a classificação de quadriláteros e algumas de suas propriedades.

Sinopse
Neste programa, o apresentador discute com um convidado especial, contando com algumas participações de ouvintes, o significado da palavra paralelogramo no contexto da Matemática.

Material relacionado
Experimentos: *Qual é a área do quadrilátero?, Arco Capaz*
Áudio: *O que é poliedro?*
Softwares: *Determinantes e Áreas, Determinantes e Polígonos.*

Introdução

Sobre a série

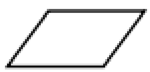
A proposta da série “O que é?” é fazer uma discussão introdutória e sem grandes aprofundamentos de alguns conceitos do currículo de Matemática do Ensino Médio que contenham palavras “incomuns” fora do contexto da Matemática, como logaritmo, baricentro, hipérbole, etc.

A série simula um programa de entrevistas em uma rádio, na qual o entrevistador apresenta a palavra que servirá de tema e chama um convidado relacionado com Matemática para explicar o significado da tal palavra. Nessa conversa, são discutidos significados dentro e fora do contexto da Matemática, apresentada alguma aplicação daquele conceito e, no final do programa, é feita uma sugestão de pesquisa ou aprofundamento em torno do tema.

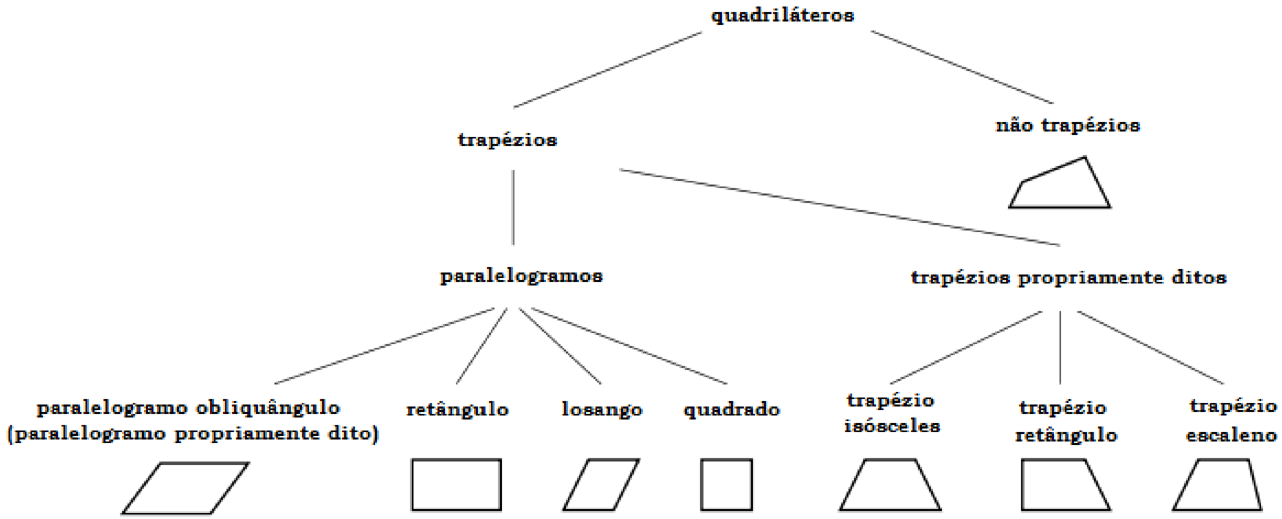
Devido a sua proposta, os programas desta série são mais adequados para introduzir os conceitos discutidos. Outra possibilidade é usá-los como tarefa, para que os alunos ouçam e, na aula seguinte, iniciem com uma discussão sobre os significados da palavra em questão.

Sobre o programa

Este programa começa discutindo o significado da palavra paralelogramo, que é definida como o quadrilátero cujos lados são paralelos 2 a 2, como a figura abaixo.

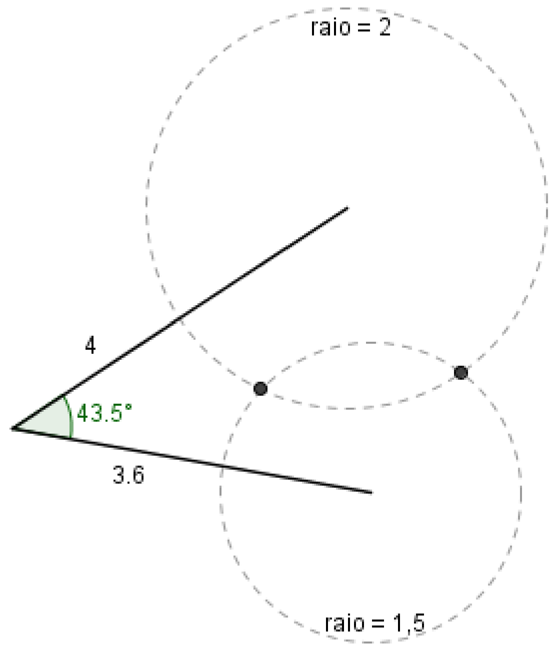


A continuidade da conversa leva os participantes a discutir a classificação dos quadriláteros de maneira geral, que pode ser sintetizada pelo seguinte diagrama:



Note que os paralelogramos obliquângulos (ou paralelogramos propriamente ditos) não são citados no áudio. Entram nessa categoria os paralelogramos que não são nem retângulos, nem losangos, nem quadrados. Além disso, no braço dos trapézios propriamente ditos, o esquema acima fornece outra camada de diferenciação, entre trapézios isósceles, retângulos e escalenos.

Depois disso, a discussão entra no mérito da determinação de um quadrilátero apenas a partir da medida de seus lados. Isso basta para determinar um triângulo, mas para um quadrilátero são necessárias mais informações como, por exemplo, a medida de um dos seus ângulos. Veja na figura abaixo as possibilidades para um quadrilátero com lados iguais a: 4; 3,6; 2 e 1,5. E o ângulo entre os dois primeiros lados igual a 43,5˚.



Veja que, mesmo com a medida de um dos ângulos, há duas possibilidades para completar o quadrilátero: qualquer um dos dois pontos de intersecção das circunferências pode ser o último vértice.

Portanto, é necessário ter ainda mais informação para determinar um quadrilátero. Essa informação pode ser a medida de mais um ângulo ou apenas se o quadrilátero é convexo ou não.

Outra possibilidade é saber as medidas das diagonais. Para este caso, pode ser interessante discutir com os alunos se apenas uma diagonal basta.

Sugestões de atividades

Antes da execução

Uma possibilidade de atividade com os alunos em torno deste áudio é pedir que eles escrevam em um papel qual o significado que eles atribuem à palavra que será discutida antes e depois de ouvirem o programa.

Essa pode ser uma boa maneira de conhecer melhor a formação prévia dos seus alunos e, no final, o que eles entenderam daquilo que ouviram.

Se desejar saber mais sobre os quadriláteros e suas propriedades, sugerimos o capítulo 7 do livro Fundamentos de Matemática Elementar, vol. 9.

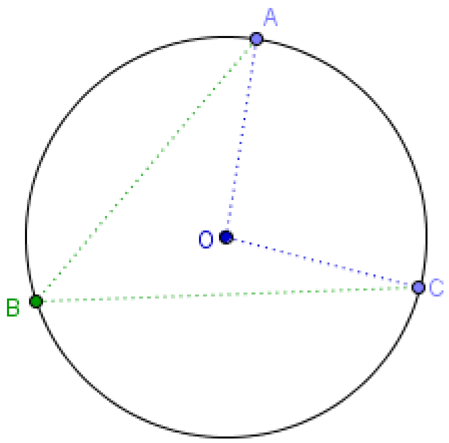
Depois da execução

Ao final do áudio, é levantado um novo desafio aos alunos: dado um quadrilátero qualquer, é possível traçar uma circunferência que passe pelos seus quatro vértices?

O problema não é muito simples de se resolver, mas pode ser abordado por partes, atacando quadriláteros específicos: quadrado, losango, retângulo e paralelogramo. Estes quatro podem ser inscritos em uma circunferência e a demonstração é bastante simples. Mas para a pergunta geral, temos o seguinte resultado:

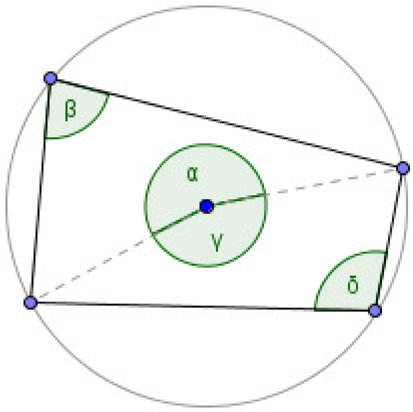
Teorema: É possível traçar uma circunferência passando pelos 4 vértices de um quadrilátero se, e somente se, a soma dos seus ângulos opostos for igual a 180˚.

Resultado auxiliar: Sejam A, B e C três pontos em uma circunferência de centro O, o ângulo ABC é igual à metade do ângulo AOC.



Com esse resultado (cuja demonstração pode ser lida no capítulo 11 da referência bibliográfica) em mãos, vamos começar demonstrando que um quadrilátero inscrito em uma circunferência implica que a soma dos seus ângulos opostos é igual a 180˚.

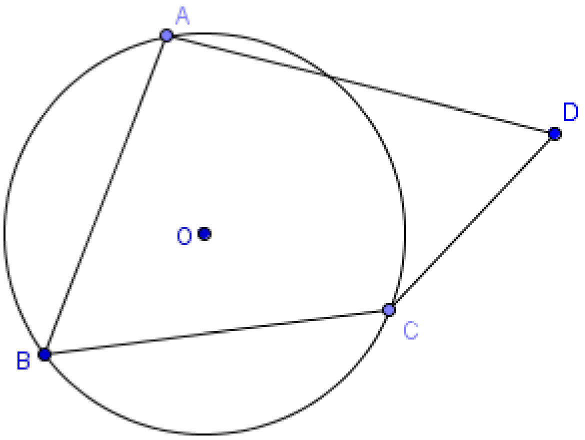
Analisando a figura abaixo, e considerando o resultado colocado anteriormente, temos que $\alpha = 2\delta$ e $\gamma = 2\beta$. Mas como $\alpha + \gamma = 360°$, temos que $2\delta + 2\beta = 360° \Rightarrow \delta + \beta = 180°$.



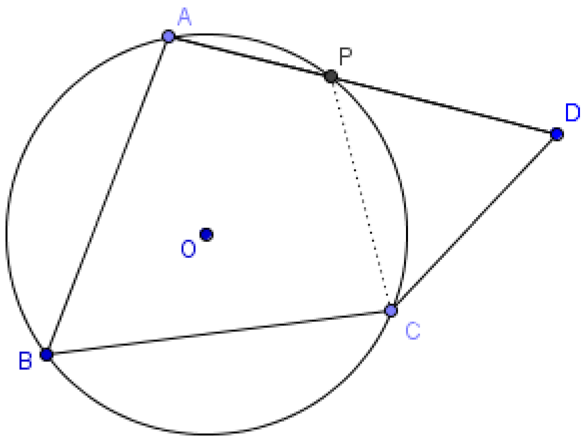
Aplicando o mesmo raciocínio com os outros dois vértices, provamos que as somas dos dois pares de ângulos opostos do quadrilátero são iguais a 180˚, como queríamos demonstrar.

Agora vamos demonstrar, por contradição, que se a soma for igual a 180˚ o quadrilátero pode ser inscrito numa circunferência.

Tomemos o quadrilátero ABCD abaixo cujos ângulos opostos, por hipótese, têm soma igual a 180˚. Vamos assumir que ele *não* possa ser inscrito em uma circunferência. Porém, podemos traçar uma circunferência por 3 de seus vértices, como indicado na figura.



Tomemos agora um ponto P na intersecção do segmento AD com a circunferência



Como ABCP está inscrito, temos que $A\hat{B}C + A\hat{P}C = 180°$, mas como por hipótese $A\hat{B}C + A\hat{D}C = 180°$, então $A\hat{P}C = A\hat{D}C$ (*).

Também sabemos $D\hat{P}C = 180° - A\hat{P}C$ e, pelo triângulo CDP, temos que $D\hat{P}C + P\hat{C}D + A\hat{D}C = 180°$, portanto:

$$(180° - A\hat{P}C) + P\hat{C}D + A\hat{D}C = 180°$$
$$P\hat{C}D + A\hat{D}C = A\hat{P}C$$

Aplicando (*) ao resultado anterior, concluímos que $P\hat{C}D = 0°$, o que é um absurdo, a menos que $D = P$.

Sugestões de leitura

O. Dolce (2005). Fundamentos de Matemática Elementar, vol. 9. Atual Editora.

Ficha técnica

Autor *Leonardo Barichello*
Revisor *Samuel Rocha de Oliveira*
Coordenador de audiovisual *Prof. Dr. José Eduardo Ribeiro de Paiva*
Coordenador acadêmico *Prof. Dr. Samuel Rocha de Oliveira*

Universidade Estadual de Campinas
Reitor *Fernando Ferreira Costa*
Vice-reitor *Edgar Salvadori de Decca*
Pró-Reitor de Pós-Graduação *Euclides de Mesquita Neto*

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica
Diretor *Jayme Vaz Jr.*
Vice-diretor *Edmundo Capelas de Oliveira*