



Matemática
Multimídia



Guia do Professor



Áudio

A Criação dos Logaritmos

Série Mátema

Objetivo

1. Contar a história da criação dos logaritmos e sua importância como ferramenta para cálculos;
2. Mostrar como teria sido a conversa entre o professor Henry Briggs e o Lorde John Napier.

ATENÇÃO Este Guia do Professor serve apenas como apoio ao áudio ao qual este guia se refere e não pretende esgotar o assunto do ponto de vista matemático ou pedagógico.

LICENÇA Esta obra está licenciada sob uma licença Creative Commons 



UNICAMP

A Criação dos Logaritmos

Série

Mátema

Conteúdos

História da matemática.

Duração

Aprox. 10 minutos.

Objetivo

1. Contar a história da criação dos logaritmos e sua importância como ferramenta para cálculos;
2. Mostrar como teria sido a conversa entre o Professor Henry Briggs e o Lorde John Napier.

Sinopse

Na aula de hoje a professora explica a Joãozinho e Sofia como ocorreu a criação dos logaritmos e sua importância no desenvolvimento de várias áreas do conhecimento. Na segunda parte da aula o destaque fica por conta do diálogo entre o professor Henry Briggs e o Lorde John Napier.

Material relacionado

Áudios: *O que é logaritmo*;

Experimentos: *Avalanches*;

Vídeos: *Luthier de proporções*, *A aparição*, *Terremoto brasileiro*.



Introdução

Sobre a série

A série *Mátéma* levanta aspectos históricos dos fundamentos da matemática. O contexto da ficção tem o objetivo de tornar o programa interessante para o ensino médio e para adolescentes, uma vez que faz uso do estereótipo do Joãozinho, da Sofia e da professora. Em geral, os assuntos são mais elaborados do que os que são vistos nos programas de ensino médio. No entanto, o programa traz ricas informações e tem o devido cuidado com as definições e conclusões matemáticas.

Sobre o programa

Aqui reproduzimos parte de uma versão do roteiro original do prof. Dicesar Fernandes que deu origem ao programa.

Primeira Parte:

Oi gente, tudo bem? Estamos novamente com vocês, com o Joãozinho, aquele menino terrível, a Sofia, aquela aluna aplicada e nossa querida e simpática professora para contar uma das muitas histórias da história da matemática.

Desta vez, vamos ouvir um diálogo verdadeiro entre dois personagens que revolucionaram as técnicas de cálculo matemático: o nobre escocês Lorde John Napier e o renomado professor de geometria inglês Henry Briggs. Napier nasceu em 1550 e era um homem excêntrico e tenaz. E ele simplesmente inventou uma das ferramentas mais úteis da matemática: os logaritmos. Briggs, que nasceu em 1561, foi o responsável por divulgar e aperfeiçoar a criação de Napier.

Professora: Classe, por favor, silêncio, vamos começar nossa aula.



Professora: Chega. Silêncio! Como é que se pode dar uma aula assim?

Professora: Muito bem. Vamos começar a aula. Façam a seguinte conta: calculem o cubo de 1,571 e depois multipliquem por 1,617 ao quadrado.

Joãozinho: Você quer nos castigar, dona?

Professora: Por que, Joãozinho?

Joãozinho: Ora, porque eu não tenho calculadora, dona!

Professora: Ah, certo. Mas é para fazer as contas sem usar a calculadora, Joãozinho.

Joãozinho: Puxa, mas a senhora manda calcular 1,571 ao cubo e ainda por cima depois pede pra multiplicar por 1,617 ao quadrado. Fazer contas de números com 3 casas decimais, e sem calculadora! Ah, vai ser muito, muito chato! Você poderia ter mandado multiplicar 1,571 por 3 e 1,617 por 2, seria bem mais fácil!

Professora: Joãozinho, é claro que, sempre que temos uma conta trabalhosa pra fazer, usamos uma calculadora, ou um computador. Afinal, já estamos no século vinte e um! Mas, como você acha que se fazia na época de Cabral, quando não existia calculadora nem computadores.

Joãozinho: Professora, Cabral não viveu lá em 1500? O problema deles era não levar flechadas de índios. E pra que alguém vai precisar de calculadora pra isso?

Professora: Por favor, silêncio!

Professora: Muito bem. Olha Joãozinho, você está muito enganado. O tempo de Cabral foi um tempo em que as pessoas eram obrigadas a fazer muitas contas, e bem complicadas. Vocês já aprenderam, por exemplo, que os navegadores tinham que se orientar em alto mar. O único modo de se orientar era pelas estrelas.



Joãozinho: Como, assim, professora? As estrelas mudam de lugar!

Professora: Eles usavam mapas celestes. E para desenhar mapas celestes são necessários cálculos astronômicos. Os museus guardam até hoje as milhares de folhas de cálculo que Johannes Kepler, um astrônomo e astrólogo alemão, fazia.

Joãozinho: Mas não dava pra eles inventarem um jeitinho para simplificar as contas?

Professora: Pois é, Joãozinho, essa era exatamente a preocupação de um Lorde escocês chamado John Napier.

Joãozinho: Hein?

Professora: Lorde John Napier, Joãozinho.

Sofia: O que o Lorde Napier fez para conseguir simplificar esses tipos de contas, professora?

Professora: Boa pergunta, Sofia. O Lorde sabia trigonometria. E ele achava que se na trigonometria existem fórmulas que transformam produtos de senos e cosenos em soma ou subtração, então também deveria haver um jeito de simplificar outros tipos de contas.

Joãozinho: E esse Lorde conseguiu inventar alguma coisa, dona?

Professora: Sim, Joãozinho. Lorde Napier era obstinado, e depois de refletir durante vinte anos inventou uma forma de transformar produtos em somas, divisão em subtração e potências em multiplicação. Chamou sua invenção de logaritmos.

Joãozinho: Que nome esquisito, professora. O que significa?

Professora: Em grego, Logos significa razão ou relação e arithmos significa número. Daí logaritmo. Isto porque Napier estudou a relação entre uma progressão aritmética e uma geométrica. Essa relação associava a cada número seu logaritmo. Para que a idéia fosse útil,



Lorde Napier teve que construir uma tabela, com os números e seus logaritmos. Esta tabela ficou conhecida como Tábua de Logaritmos.

Joãozinho: Isso deve ter dado um trabalhão para o Lorde, não é professora?

Professora: Deu sim, muito trabalho. Mas valeu a pena, porque a invenção funcionou, foi prontamente reconhecida, e é claro Lorde Napier entrou para a história da matemática.

Sofia: O Joãozinho também vai entrar pra história, professora: ele vai inventar o anti-logaritmo. Ele é anti-tudo!

Joãozinho: Engraçadinha....

Professora: Calma, Sofia. O Joãozinho vai ter que se esforçar mais, pois o Lorde John Napier também inventou os antilogaritmos, que é justamente o inverso do logaritmo. A idéia é achar os logaritmos dos números e calcular com os números. Mas depois, deve se achar na Tábua de Antilogaritmos o resultado de nossa conta.

Joãozinho: Então não simplificou tanto assim, professora!

Professora: Simplificou, sim. Um renomado professor de matemática, chamado Henry Briggs, tornou-se um entusiasta e admirador do Lorde Napier assim que conheceu a novidade. Mas o professor notou que poderiam ser feitas mais simplificações.

Joãozinho: Mas por que esse professor Briggs ficou tão entusiasmado com a idéia dos logaritmos de Napier?

Professora: O professor Briggs estudava os eclipses e, como acontecia com problemas astronômicos, o estudo de eclipses conduziam a longos cálculos numéricos. Com os logaritmos estes cálculos eram bastante simplificados. Produtos são transformados em soma, divisão em subtração, cálculo de potências e raízes em produtos.



Joãozinho: Mas se já simplificou tanto, porque esse tal professor Briggs queria simplificar mais ainda?

Professora: Porque a definição de Napier era complicada, difícil de entender e o logaritmo de 1 não dava zero. Além disso, as tabelas de Napier eram do logaritmo de senos. Para isso, o professor Briggs decidiu encontrar o Lorde Napier e para discutir o logaritmo.

Vamos agora a um breve intervalo. Enquanto isso façam as seguintes contas que usaremos na segunda parte: Quantos por cento é 1.161 de 30.000? Some 0,04% com 99,96%. Esboce o gráfico da parábola $y = 1/x$ no primeiro quadrante e risque a área entre 1 e um ponto x qualquer.

Segunda Parte:

O professor Briggs era um estudioso competente e reconhecido na Europa. Seu entusiasmo pelos logaritmos levou-o a escrever ao Lorde Napier pedindo que o recebesse para uma conversa em seu castelo na Escócia. O Lorde Napier concordou imediatamente. A viagem de Briggs ao castelo de Napier se deu em agosto de 1615. Naquele tempo os meios de transporte eram a carruagem e os cavalos e Briggs passou quatro dias viajando. O encontro entre Briggs e Napier foi emocionante e teve uma testemunha, o astrólogo John Morr.

Vamos agora ouvir como teria sido a conversa entre esses dois homens.

Henry Briggs: Saudações Lorde Napier! Saiba o senhor que passei estes 4 dias de viagem de Londres até aqui extremamente ansioso para conhecê-lo pessoalmente. É para mim uma das maiores honras e um enorme prazer me encontrar neste momento com tamanho gênio das ciências matemáticas.

John Napier: Ora, muito obrigado, professor Briggs.

Henry Briggs: Não bastasse o seu gênio, o senhor pode também se assegurar do interesse e admiração que seu livro tem despertado. Eu mesmo já ministro aulas sobre logaritmos para meus alunos em Cambridge.



John Napier: Ah, fico muito feliz pelo reconhecimento que meu livro sobre logaritmos vem encontrando por todo Reino Unido e pela Europa.

Henry Briggs: Sim, de fato Lorde Napier, durante a viagem eu imaginava como pode sua genialidade se iluminar com esta magnífica idéia, que veio a trazer uma importante ajuda aos campos da astronomia, da cartografia, da navegação e até mesmo da astrologia: os Logaritmos.

John Napier: Professor Briggs, essa idéia dos logaritmos não me veio de repente. Foi sim o resultado de mais de 20 anos de estudos. Eu sempre estive ciente das dificuldades que aparecem quando temos de fazer longas e complicadas contas. Sei que isso é muito comum na geografia, na física, na astronomia, na navegação.

Henry Briggs: Sim, de fato: eu tenho trabalhado com a questão dos eclipses. Assim, tenho de lidar com muitas contas e tenho sido muito ajudado pelos logaritmos.

John Napier: Isso me deixa alegre de fato. Sabe, para a criação dos logaritmos eu me inspirei em certas relações da trigonometria. Também observei relações interessantes entre os expoentes dos termos de progressões aritméticas e geométricas. Acho que essas foram as fontes mais fundamentais para a minha idéia dos logaritmos.

Henry Briggs: E então, para a felicidade de todos nós, que temos tantas contas para fazer, o senhor criou os logaritmos! Eu fiquei sabendo que até mesmo o grande astrônomo alemão Kepler interessou-se pelos seus logaritmos. Ouvi dizer que Kepler tem utilizado os logaritmos para recalcular a órbita do planeta Marte com maior precisão.

John Napier: Sim, de fato fiquei muito feliz com tais notícias. Mas chega de jogar conversa fora, caro professor Briggs. Creio que temos algo a conversar.

Henry Briggs: Temos de fato. Trata-se de uma questão técnica sobre os logaritmos. Se nós a resolvêssemos, poderíamos facilitar ainda mais o uso desta ferramenta. Lorde Napier, a questão é a



seguinte: devemos decidir qual é a base mais conveniente para trabalharmos com os logaritmos. Também devemos pensar no modo mais conveniente possível de definir o logaritmo de um.

John Napier: Sim, claro. Estive lendo a carta que o senhor me enviou, na qual o senhor comenta sobre o seu interesse em fazer essas redefinições nos logaritmos.

Henry Briggs: Sim, pois poderíamos simplificar ainda mais as contas!

John Napier: O que é sempre bom. Pois bem. Eu estive meditando muito sobre isto desde que recebi a sua carta. Penso que poderíamos definir o logaritmo de 1 como sendo 0 e o logaritmo de 10 como sendo 1.

Henry Briggs: Claro! Fantástico! Tenho certeza que isso irá facilitar muito as coisas. Excelente, Lorde Napier.

John Napier: Ora, obrigado professor Briggs.

Professora: Muito bom.

Sofia: Professora, mas esse professor Briggs fez o que de importante, além de bater palmas pro Lorde Napier e sugerir que o logaritmo de 1 fosse zero?

Professora: Bem, Sofia, ele também calculou uma nova tábua de logaritmos. Essa tábua continha números de 1 a 20.000 e de 90.000 a 100.000. Quer dizer, ele fez 30.000 contas e os valores dos logaritmos tinham 14 casas decimais. Além disso, cometeu apenas 1.161 erros nas contas, que equivale a exatamente 0,04%* das contas. A maioria sendo de mais ou menos de um na última casa decimal. Nada mal, não é mesmo Joãozinho?

*** Diferentemente do que é dito no áudio, 1.161 equivale a 3,87 %, ou seja, aproximadamente 4 %, de 30.000.**

Sofia: Genial, professora. Se fosse o Joãozinho ele tinha errado 99,96%.



Joãozinho: Mas seu nome devia ser Mariazinha gracinha mesmo, hein, Sofia?

Professora: Acalmem-se, meninos! Bem, por mais de 350 anos os logaritmos foram usados intensamente para cálculos. Mas também foram assumindo outros papéis, tanto na matemática como em outras ciências. Um exemplo importante é o seguinte: se queremos traçar um gráfico num papel quadriculado de pares de números x e y ; pode acontecer que os valores de x possam ser colocados na folha mas os valores de y sejam muito grandes. Resolve-se o problema tomando-se o logaritmo de y .

Sofia: Professora, você pode dar um exemplo de onde se usa esse tipo de funções?

Professora: Claro, Sofia. A escala Richter, que mede a intensidade dos terremotos, é um dos exemplos onde usamos os logaritmos. Este é apenas um exemplo de milhares de aplicação na física, na química, na biologia. Esses outros papéis dos logaritmos são tão importantes que sobreviveram ao aparecimento das calculadoras e computadores. Mas isto é assunto para uma outra conversa. Agora, chega de história e vamos a teoria dos logaritmos.

Joãozinho: E agora, o que você vai fazer, professora?

Professora: Ia esperar até a próxima aula, Joãozinho, mas agora vou passar uma tarefa de casa.

Professora: Calma, classe. Quero que vocês leiam livros que tratem de logaritmos. Vocês vão ler que os logaritmos são também chamados de naturais ou de base e . Já os de Briggs são de base 10. Na realidade, os logaritmos de Napier não eram lá muito naturais. Napier não falava em base, mas a base de seus logaritmos era um número muito perto de um. Também, não poderia ter base e . Este número não tinha ainda sido inventado! Agora pensem, há alguma oposição entre os pensamentos de Napier e Briggs?

Ah, a professora é cheia de pequenas armadilhas. Vimos na conversa de Briggs e Napier que eles estavam de acordo quanto ao



logaritmo de um ser zero e o logaritmo de 10 ser um. Não há, portanto, oposição entre as idéias de Napier e Briggs. Mas bem, ficamos por aqui com outra história da professora, do Joãozinho e da Sofia. Até a próxima!

Sugestões de atividades

Antes da execução

Antes da execução do áudio, sugere-se ao professor uma pequena revisão sobre logaritmos. Abordando algumas propriedades e definições que serão tratadas durante o áudio.

Definição:

Dados dois números reais positivos a e b , onde $a > 0$ e $a \neq 1$ e $b > 0$, existe somente um número real x , tal que $a^x = b$ ou ainda $\log_a b = x$

Onde: a = base do logaritmo

b = logaritmando

x = logaritmo

O logaritmo de um número pode ser entendido de forma simplificada como sendo o expoente que uma dada base deve ter para produzir certa potência.

Exemplos:

$$\log_2 8 = 3, \text{ pois } 2^3 = 8$$

$$\log_3 9 = 2, \text{ pois } 3^2 = 9$$

$$\log_5 125 = 3, \text{ pois } 5^3 = 125$$

Propriedades:

Respeitando as definições:

- a base do logaritmo deve ser um número positivo e diferente de 1;
- o logaritmando deve ser positivo.



Temos as seguintes propriedades:

1ª propriedade - O logaritmo de 1 em qualquer base é 0.

$$\log_a 1 = 0$$

2ª propriedade - O logaritmo da base, qualquer que seja a base é 1.

$$\log_a a = 1$$

3ª propriedade - O logaritmo de uma potencia a é igual ao expoente m .

$$\log_a a^m = m$$

4ª propriedade - Se dois logaritmos em uma mesma base são iguais, então os logaritmandos também são iguais.

$$\log_a b = \log_a c \Rightarrow b = c$$

5ª propriedade - A potência de base a e expoente $\log_a b$ é igual a b .

$$a^{\log_a b} = b$$

Depois da execução

Após a execução do áudio, sugere-se a resolução do problema proposto no intervalo entre os blocos. O problema consiste em calcular quantos por cento é 1.161 de 30.000 bem como esboçar o gráfico da função $y=1/x$ no primeiro quadrante.

Com uma simples regra de 3 é possível obter a solução da primeira parte do problema. Do enunciado tem-se que 30.000 representa 100% e queremos saber quantos por cento representa 1.161, sendo assim:

Equaciona-se o problema: $\begin{cases} 30.000 \leftrightarrow 100\% \\ 1.161 \leftrightarrow x \end{cases}$

Portanto, da regra de 3 simples: $x = \frac{1.161 \times 100\%}{30.000} \Rightarrow x = 3,87\% \approx 4\%$

$$x = 4\%$$

O cálculo da divisão $1.161/300$ era feito da seguinte forma:

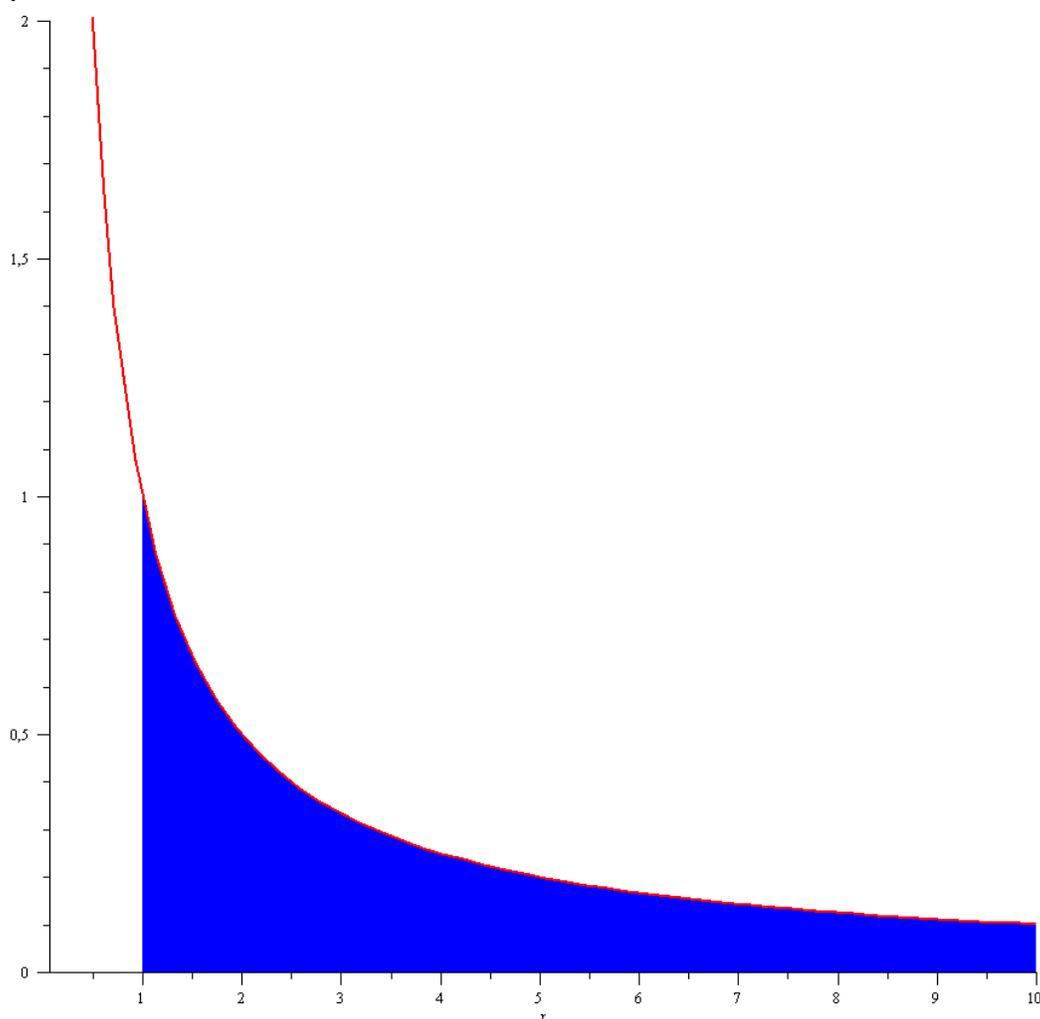
$$\log_{10} \left(\frac{1161}{300} \right) = \log_{10} 1161 - \log_{10} 300$$

Com o uso de tabelas de logaritmos, era possível saber que $\log_{10} 1161 = 3,0648$ e $\log_{10} 300 = 2,4771$ e portanto

$$\log_{10} \left(\frac{1161}{300} \right) = 0,5877$$

E novamente, com a tabela dos antilogaritmos, obtém-se a função inversa, isto é, $10^{0,5877} = 3,87$.

A segunda parte do exercício é esboçar o gráfico da função $y=1/x$ no intervalo de $(0,10]=\{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x \leq 10\}$ e marcar a área sob a curva da função no intervalo $[1,10]$. O professor pode sugerir que os alunos façam uma tabela (x,y) a partir de $x=1/2$ de meio em meio. O gráfico vai parecer como abaixo.



O valor área sob a curva de $x=1$ até $x=10$ é igual ao valor do logaritmo natural de 10, isto é $\log(10)$ ou $\ln(10)$. A explicação dessa igualdade não pertence ao escopo desse Guia do Professor, mas é visto nos cursos de Cálculo Diferencial e Integral.

Sugestões de leitura

H. Eves (2007). **Introdução à história da matemática**. Editora Unicamp.

M. Paiva (2002). **MATEMÁTICA: CONCEITOS, LINGUAGEM E APLICAÇÕES**. Editora Moderna. Vol 1, cap 23.

Ficha técnica

Autor *William Martins Vicente*

Revisão *Samuel Rocha de Oliveira*

Coordenação de Mídias Audiovisuais *Prof. Dr. Eduardo Paiva*

Coordenação Geral *Prof. Dr. Samuel Rocha de Oliveira*

Universidade Estadual de Campinas

Reitor *Fernando Ferreira Costa*

Vice-reitor *Edgar Salvadori de Decca*

Pró-Reitor de Pós-Graduação *Euclides de Mesquita Neto*

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica

Diretor *Caio José Colletti Negreiros*

Vice-diretor *Verónica Andrea González-López*

