



Guia do Professor

Vídeo

Que Saco!

Série Matemática na Escola

Objetivos

1. Mostrar uma aplicação de logarítmicos.

Que Saco!

Série

Matemática na Escola

Conteúdos

Aplicação de logaritmos;

Duração

Aprox. 10 minutos.

Objetivos

1. Mostrar uma aplicação de logarítmicos;

Sinopse

O pai de Tonho procura encher 90 saquinhos com a mesma quantidade de café, mas um deles acaba ficando com menos café que os demais, e deixa um aviso. Mas Tonho e Karen não viram o aviso a tempo e agora terão que descobrir qual é o saquinho mais leve. Qual o menor número de pesagens necessário para isso?

Material relacionado

Experimentos: *Baralho Mágico*;
Vídeo: *Mágico das Arábias*.



Introdução

Sobre a série

A série Matemática na Escola aborda o conteúdo de matemática do ensino médio através de situações, ficções e contextualizações. Os programas desta série usualmente são informativos e introdutórios de um assunto a ser estudado em sala de aula pelo professor. Os programas são ricos em representações gráficas para dar suporte ao conteúdo mais matemático e pequenos documentários trazem informações interdisciplinares.

Sobre o programa

O vídeo trata de uma aplicação dos logaritmos e deve ser usado após o assunto já ter sido introduzido.

O pai de Tonho enche saquinhos com 250 gramas de café, porém, após 89 saquinhos, restam apenas 220 gramas de café. Ele enche o nonagésimo saquinho com esta quantidade e deixa um aviso para seu filho, que colocará o café em uma caminhonete que vai para São Paulo, para uma Feira Internacional.

Quando Tonho vai pegar o café, não vê o aviso e acaba por misturar todos os saquinhos, de forma que terá que descobrir qual é aquele que contém apenas 220 gramas.

Ele e Karen tentam pensar em uma forma que evite que tenham que pesar um por um, visto que no pior caso, pesarão os 90 saquinhos!

A balança usada permite que se compare duas quantidades sem saber o peso de cada uma exatamente, ou seja, trata-se de uma balança de braço simples. Dividindo em duas partes, eles apenas precisam verificar qual está mais leve e saberão em que metade está o saquinho procurado. E assim por diante até o encontrarem. Mas esse processo



pode ser melhorado. Tonho pensa melhor e propõe que a divisão seja feita em 3 partes iguais. Mas como, se a balança tem apenas 2 braços?

O procedimento sugerido por Tonho é o seguinte: dividi-se o montante em 3 partes, duas são colocadas nos braços da balança e o terceiro é deixado de fora. Se a balança pender para um dos lados, sabemos qual é o mais leve e se ela se manter equilibrada, sabemos que o mais leve está na parte que ficou de fora.

No caso mostrado no vídeo, existem 90 saquinhos, assim, cada parte terá 30 unidades.



Figura 1: 3 grupos com 30 saquinhos

Após a primeira pesagem, o grupo da esquerda, na figura abaixo, foi o mais leve, e o processo se segue apenas com este grupo.



Figura 2: primeira pesagem

Para a segunda pesagem, os saquinhos são divididos novamente, mas agora em três grupos de 10.



Figura 3: divisão em grupos de 10 saquinhos

Feita a pesagem, descubrem que o grupo mais leve é aquele que fora deixado de lado, já que a balança não pendeu para nenhum dos lados.



Figura 4: segunda pesagem

O processo se segue com os 10 saquinhos restantes. Mas como 10 não é um múltiplo de 3, a divisão é feita da seguinte forma, dois grupos com 3 saquinhos e um com 4. Para que seja possível a comparação, deve-se realizar a pesagem com os grupos de 3.



Figura 5

Novamente, a balança se manteve equilibrada e portanto o grupo de 4 saquinhos é o que contém o mais leve.



Figura 6: terceira pesagem

Após a quarta pesagem, restam apenas dois saquinhos.



Figura 7: quarta pesagem

E com apenas cinco pesagens, Tonho e Karen já descobriram qual o saquinho mais leve.



Figura 8: o saquinho da direita é o procurado

Este número de pesagens não se deu ao acaso, e Tonho explica como pensou no método.

Ele diz ter percebido que se o número de saquinhos for escrito como uma potência de 3, o expoente da potência é o número de pesagens.

Número de Sacos		Pesagens
$3 = 3^1$	=	1
$9 = 3^2$	=	2
$27 = 3^3$	=	3

Figura 9

Isso ocorre porque quando dividimos o total em 3 partes iguais, e descobrimos em qual delas está o elemento procurado, nossa amostra se reduz a $1/3$ do total de saquinhos. Quando o processo é repetido,

nossa de possibilidade se reduz a $1/3$ de $1/3$ do total, isto é a $(1/3)^2$ da quantidade de saquinhos. E assim por diante, de forma que após k pesagens, no caso de 90 saquinhos, se resumem a $\left(\frac{1}{3}\right)^k \cdot 90$.

Claramente, o que precisamos é encontrar k para que este número seja menor que 1, pois isto significa que a amostra se reduziu a menos de 1 saquinho!

No caso geral, portanto, precisamos de $\left(\frac{1}{3}\right)^k \cdot n \leq 1$, onde n é o total de elementos. E com uma pequena manipulação, chegamos à seguinte conclusão:

Afirmação

O número de pesagens necessário deve ser maior ou igual a $\log_3 n$, isto é, precisamos do menor k , inteiro, tal que $k \geq \log_3 n$.

Se n for uma potência de 3, teremos a igualdade, caso contrário teremos a desigualdade estrita. No exemplo do vídeo, $n=90$, e $\log_3 90 = 4,499$, portanto, como esperávamos, $k=5$. Quando um número está entre duas potências de 3, a quantidade de pesagens será igual ao expoente da maior delas. Daí, a tabela abaixo.

Número de Sacos	=	Pesagens
$3 = 3^1$	=	1
4, 5, 6, 7, 8	=	2
$9 = 3^2$	=	2
10, 11, ..., 25, 26	=	3
$27 = 3^3$	=	3
27, 28, ..., 79, 80	=	4
$81 = 3^4$	=	4
81, 82, ..., 241, 242	=	5
$243 = 3^5$	=	5

Figura 10: número de pesagens em cada caso

Uma explicação mais detalhada destes fatos pode ser vista no experimento Baralho Mágico, e em seu respectivo Guia do Professor.

Sugestões de atividades

Depois da execução

Como exercício de fixação, proponha outras quantidades de saquinhos e verifique se os alunos compreenderam o método de contagem do número de pesagens.

Como atividade adicional, seria muito interessante o uso do experimento Baralho Mágico, que apresenta uma abordagem diferente (inspirada em uma mágica de cartas) para o assunto e certamente complementarará muito bem este material.



Ficha técnica

Autor do Guia *Rafael Santos de Oliveira Alves*

Revisão

Coordenação de Mídias Audiovisuais *Prof. Dr. Eduardo Paiva*

Coordenador acadêmico *Prof. Dr. Samuel Rocha de Oliveira*

Universidade Estadual de Campinas

Reitor *Fernando Ferreira Costa*

Vice-reitor *Edgar Salvadori de Decca*

Pró-Reitor de Pós-Graduação *Euclides de Mesquita Neto*

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica

Diretor *Jayme Vaz Jr.*

Vice-diretor *Edmundo Capelas de Oliveira*

