



Matemática
Multimídia

Números
e funções



Guia do Professor



Vídeo


A Parte do Leão

Série Matemática na Escola

Objetivos

1. Introduzir o conceito de função por partes;
2. Aplicar o conceito de função afim por partes na resolução de um problema do cotidiano.

ATENÇÃO Este Guia do Professor serve apenas como apoio ao vídeo ao qual este documento se refere e não pretende esgotar o assunto do ponto de vista matemático ou pedagógico.

LICENÇA Esta obra está licenciada sob uma licença Creative Commons 



UNICAMP



FUNDO NACIONAL
DE DESENVOLVIMENTO
DA EDUCAÇÃO

Secretaria de
Educação a Distância

Ministério da
Ciência e Tecnologia

Ministério
da Educação

Governo
Federal

A Parte do Leão

Série

Matemática na Escola

Conteúdos

Função Afim por partes.

Duração

Aprox. 12 minutos.

Objetivos

1. Introduzir o conceito de função por partes;
2. Aplicar o conceito de função afim por partes na resolução de um problema do cotidiano.

Sinopse

Um recém-formado recebe um aumento salarial e quer saber o imposto que será descontado de seu novo salário.

Material relacionado

Vídeos: *Direitos do Consumidor*.

Introdução

Sobre a série

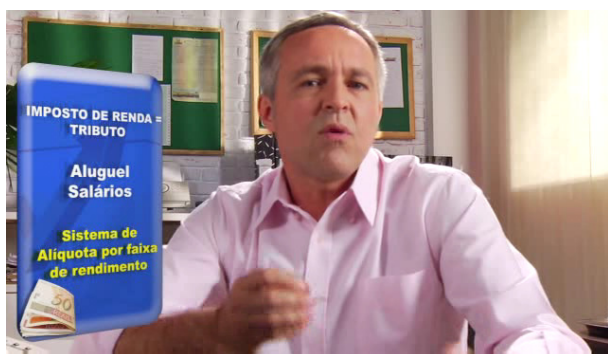
A série *Matemática na Escola* aborda o conteúdo de matemática do Ensino Médio através de situações, ficções e contextualizações. Os programas desta série usualmente são informativos e podem ser introdutórios de um assunto a ser estudado em sala de aula ou fechamentos de um tema ou problema desenvolvidos pelo professor. Os programas são ricos em representações gráficas para dar suporte ao conteúdo mais matemático; além disso, pequenos documentários trazem informações interdisciplinares.

Sobre o programa

O programa mostra como um problema do dia a dia (imposto de renda) pode ser resolvido de maneira simples, aplicando conceitos da matemática elementar.



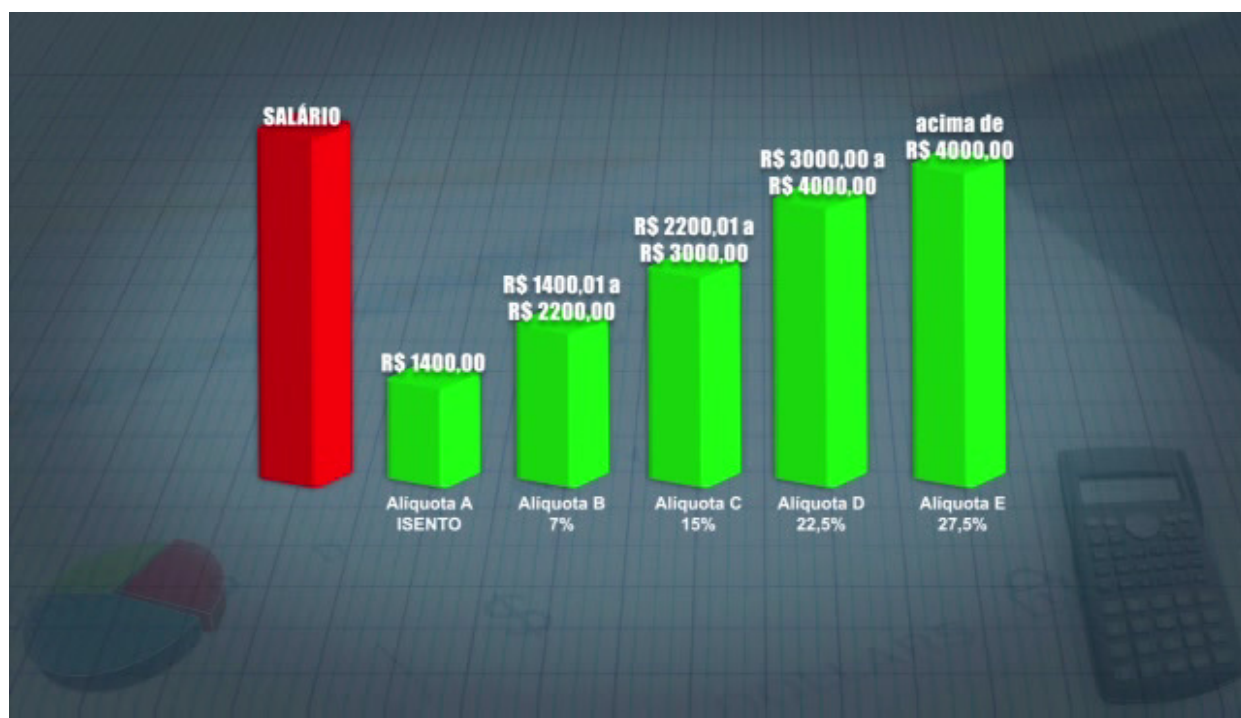
No vídeo, o recém-formado Fabrício recebeu um aumento salarial, passando a ganhar R\$1.600,00 mensais. Com dúvidas sobre o imposto que passará a pagar, um amigo sugere que faça uma ligação para o financeiro da empresa. O financeiro faz então uma explicação detalhada sobre o imposto de renda do nosso país.



Essa explicação analisa as alíquotas cobradas em cada faixa de renda (de A a E) e mostra que podem ser

modeladas através de uma função afim por partes, em que a variável x

representa o salário do contribuinte e o coeficiente angular de cada parte é a respectiva alíquota do imposto a ser cobrado.



Sugestões de atividades

Antes da execução

Sugerimos a revisão de função afim num intervalo real, enfatizando o domínio com a respectiva imagem.

Depois da execução

Após a execução do vídeo, o professor pode iniciar o ensino do conteúdo de função afim por partes, dando ênfase a situações-problema que envolvam esse conceito.

Problema 1: Uma casa de fotocópias apresenta a seguinte promoção:

- Até 100 cópias: R\$0,10 por cópia;

- **Acima de 100 cópias:** R\$0,07 por cópia excedente.
- **Acima de 500 cópias:** R\$0,05 por cópia excedente.

Determine:

- O valor a ser pago por 120 cópias de um mesmo original;
- O valor a ser pago por 800 cópias de um mesmo original;
- A lei que define a função preço (p) pago pela reprodução de x cópias de um mesmo original.

Solução:

- Para 120 cópias, tem-se:

$$p = 100 \cdot 0,10 + 20(0,07) = 10 + 1,4 = 11,4$$

Logo, o valor a ser pago por 120 cópias é R\$11,40 reais.

- Para 800 cópias, tem-se:

$$p = 100 \cdot 0,10 + 400(0,07) + 300(0,05) = 10 + 28 + 15 = 53$$

O valor a ser pago por 800 cópias é R\$53,00 reais.

- Se $x \leq 100$, o valor a ser pago é $p(x) = 0,10x$.

Se $100 < x \leq 500$, as 100 primeiras cópias custam $100 \cdot 0,10 = 10$ e as $(x - 100)$ cópias excedentes custam $(x - 100)(0,07) = 0,07x - 7$. Então, o preço a ser pago, é: $p(x) = 10 + 0,07x - 7 = 0,07x + 3$. Se $x > 500$, as 500 primeiras cópias custam $0,07 \cdot 500 + 3 = 38$ e as $(x - 500)$ cópias excedentes custam $(x - 500)(0,05) = 0,05x - 25$. O preço a ser pago, neste caso, é: $p(x) = 38 + 0,05x - 25 = 0,05x + 13$.

Isso pode ser sintetizado do seguinte modo:

$$p(x) = \begin{cases} 0,10x, & \text{se } 0 < x \leq 100 \\ 0,07x + 3, & \text{se } 100 < x \leq 500 \\ 0,05x + 13, & \text{se } x > 500 \end{cases}$$

Notemos que a variável x é um número natural.

Problema 2: No tempo $t=0$, o tanque de um automóvel está com 8 litros de combustível. A partir desse instante, ele é abastecido e o volume de combustível no tanque aumenta a uma razão constante de 4 litros por minuto, durante 8 minutos. Logo em seguida, o automóvel entra em movimento e gasta o combustível a uma razão constante de 5 decilitros por minuto. Designando por $V(t)$ o volume de combustível no tanque, em litros, em função do tempo t , em minutos:

- Determine o tempo de percurso deste automóvel;
- Determine a expressão de $V(t)$ e esboce seu gráfico.

Solução : Se $0 \leq t \leq 8$, a função $V(t)$ é afim crescente, determinada pela lei $V(t) = 8 + 4t$. Logo, o veículo iniciará o percurso com $V(8) = 40$ litros de combustível.

Se $t > 8$, a função $V(t)$ é afim decrescente, com coeficiente angular igual a $-0,5$. Considerando que o início do percurso ocorre para $t = 8$ minutos, tem-se que $V(t) = 40 - 0,5(t - 8) = -0,5t + 44$.

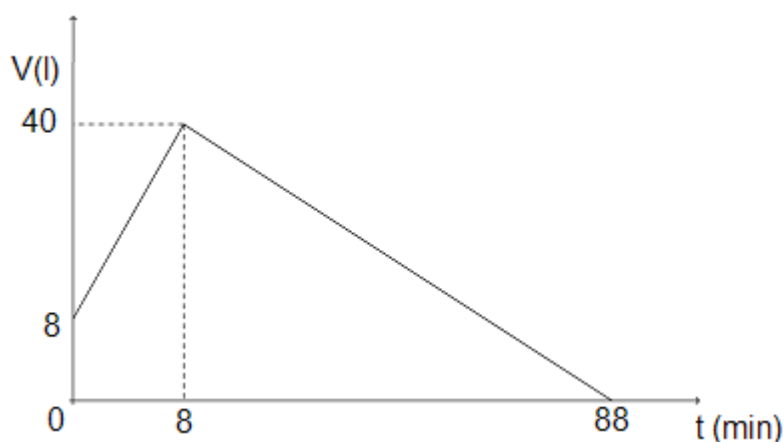
- No final do percurso, $V(t) = 0$. Então, $44 - 0,5t = 0$.

Ou seja, $t = 88$ minutos. Logo, o tempo de duração do percurso é: $88 - 8 = 80$ minutos.

- Do exposto acima, vem a sintetização da lei que representa esta função.

$$V(t) = \begin{cases} 8 + 4t, & 0 \leq t \leq 8 \\ 44 - 0,5t, & 8 < t \leq 88 \end{cases}$$

Observemos no gráfico o tempo (de 0 a 8 minutos) de abastecimento do tanque de combustível (função afim crescente) e o tempo (de 8 a 88 minutos) de percurso do veículo (função afim decrescente).



Sugestões de leitura

IEZZI, G. e outros. Matemática, ciência e aplicações – Vol. 1. Atual Editora

IEZZI, G. e outros. Fundamentos de Matemática Elementar – Vol.1. Atual Editora

MACHADO, A. S. Temas e Metas – Vol.1. Atual Editora

Ficha técnica

Autor *Luiz Antonio Mesquiari*

Revisor *José Plínio dos Santos*

Coordenador de audiovisual *Prof. Dr. José Eduardo Ribeiro de Paiva*

Coordenador acadêmico *Prof. Dr. Samuel Rocha de Oliveira*

Universidade Estadual de Campinas

Reitor *Fernando Ferreira Costa*

Vice-reitor *Edgar Salvadori de Decca*

Pró-Reitor de Pós-Graduação *Euclides de Mesquita Neto*

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica

Diretor *Jayme Vaz Jr.*

Vice-diretor *Edmundo Capelas de Oliveira*