



Guia do Professor

Vídeo

Alice, o Paradoxo e a Formalização.

Série Matemática na Escola

Objetivos

1. Apresentar exemplos de lógica matemática.
2. Introduzir a noção de paradoxos.
3. Motivar a formalização do raciocínio matemático.

ATENÇÃO Este Guia do Professor serve apenas como apoio ao vídeo ao qual este documento se refere e não pretende esgotar o assunto do ponto de vista matemático ou pedagógico.

LICENÇA Esta obra está licenciada sob uma licença Creative Commons 

Alice, o Paradoxo e a Formalização

Série

Matemática na Escola

Conteúdos

Lógica matemática.

Duração

Aprox. 10 minutos.

Objetivos

1. Apresentar exemplos de lógica matemática.
2. Introduzir a noção de paradoxos.
3. Motivar a formalização do raciocínio matemático.

Sinopse

Os personagens principais do vídeo são Alice, Sir Carrol e o gato de Cheshire que aparece e desaparece. Alice também conversa com a carta J do baralho. O assunto agora são os paradoxos e a formalização do raciocínio matemático.

Material relacionado

Áudios: *Como descobrir a verdade, Como repartir um bolo;*

Vídeos: *A lógica de Alice e A revanche de Alice.*

Introdução

Sobre a série

A série Matemática na Escola aborda o conteúdo de matemática do ensino médio através de situações, ficções e contextualizações. Os programas desta série usualmente são informativos e introdutórios de um assunto a ser estudado em sala de aula pelo professor. Os programas são ricos em representações gráficas para dar suporte ao conteúdo mais matemático e pequenos documentários trazem informações interdisciplinares.

Sobre o programa

Este é o terceiro vídeo sobre Lógica em conexão à personagem Alice do escritor Carrol. Os dois outros vídeos são *A Revanche de Alice* e *A Lógica de Alice*. Lógica no ensino médio é um tema rico com amplas conotações interdisciplinares e que se torna mais rico na medida em



que for possível perceber o quanto a Lógica permeia as conversas informais entre amigos, a leitura de jornais ou revistas e as diversas disciplinas do currículo - não é um instrumento só da Matemática. O

objetivo principal do vídeo é o de promover o desenvolvimento da capacidade de usar e entender o discurso corretamente, identificando construções falsas, ou seja, incorretas, mas com a aparência de verdadeira. Espera-se desenvolver no aluno a capacidade de argumentar e compreender argumentos, bem como a capacidade de criticar argumentações ou textos. Este vídeo juntamente com outros dois trata de lógica formal e informal. Os personagens principais dos três vídeos são: Alice e o autor dos livros chamado Lewis Carrol. Lewis



Carrol, é o pseudônimo de Charles Lutwige Dogson, que nasceu na pequena cidade de Daresbury, perto de Manchester, Inglaterra, em 1833. Filho mais velho de uma família relativamente abastada, divertia seus sete irmãos com jogos e passatempos criados por ele mesmo. Formou-se com louvor na Universidade de Oxford, foi professor de matemática dessa mesma universidade e escreveu *Alice nos pais das maravilhas* (1865-66), *Através do espelho e o que Alice encontrou lá* (1871), *A caça ao turpente* (poema, 1876), *Silvia e Bruno* (romance, 1889) e *Alice - canções de ninar* (1889). Em matemática escreveu *Um tratado elementar sobre determinante* (1867), *Lógica simbólica* (1896) e *Euclides e seus rivais modernos* (1879).

Os três vídeos se referem à Lógica. Mas o que é Lógica? A Lógica, do grego, “logos” significa palavra, pensamento, idéia, argumento, relato, razão lógica ou princípio lógico. É uma ciência de índole matemática ligada também à filosofia. A lógica formal, também chamada de lógica

simbólica, preocupa-se com a estrutura do raciocínio. A lógica matemática é o uso da lógica formal para estudar o raciocínio matemático. A lógica informal (ou cotidiana) estuda os aspectos da argumentação válida que não depende exclusivamente da lógica formal. A história da Lógica começa com os trabalhos de Aristóteles, filósofo grego (384-322 a.C.). Para Aristóteles a Lógica se liga ao cálculo proposicional. "Proposições" são sentenças declarativas afirmativas ou negativas. Por exemplo: "Todos os animais são mortais" é afirmativa; "Nenhum animal é imortal" é negativa.

Ainda na antiguidade grega, temos a Lógica da escola dos estóicos e megáricos (Euclides de Megara-400 a.C.), que se apresenta de modo diferente da aristotélica, pois se liga ao cálculo de predicados (que são os quantificadores). A Lógica moderna inicia-se com George Boole (1815-1864) e De Morgan (1806-1871) quem formulou as leis que recebem seu nome e foi o primeiro a introduzir o termo e tornar rigorosa a idéia de *Indução matemática*. Depois destes veio G. Frege (1848-1925), considerado o "maior lógico dos tempos modernos", Russel e Whitehead, como também Hilbert, Godel e Tarski.

Sugestões de atividades

Antes da execução

Verifique com os alunos o que é paradoxo. Segundo o dicionário Aurélio: 1) conceito que é ou parece contrário ao comum; contra-senso, absurdo, disparate. 2) Contradição, pelo menos na aparência. Esta definição fica clara ao lermos o enunciado do paradoxo de Zenon (ou Zenão) sobre Aquiles e a tartaruga, como segue.

O veloz Aquiles vai disputar uma corrida contra uma tartaruga e, sendo justo, dá-lhe uma vantagem. Mas, contrariamente à sua expectativa (e a nossa experiência), não consegue alcançar a tartaruga. Com efeito, raciocina Zenon, quando Aquiles atinge o ponto em que ela se encontrava quando ele iniciou a corrida ele ainda não a alcançou, pois ela, embora muito lenta, moveu-se para um ponto mais à frente. Quando Aquiles atingir esse novo ponto, ainda não a terá

alcançado, pois ela se encontra agora ainda mais à frente, e quando ele atingir esse novo ponto, etc., etc. Dessa maneira, ele nunca conseguirá alcançá-la. (texto retirado do livro *Episódios da História antiga da Matemática* – Asger Aaboe, da SBM, 1984. Este paradoxo foi apresentado por Aristóteles em sua física.

Durante a execução

Se o professor julgar conveniente, interrompa o vídeo (na primeira vez ou na segunda vez que estiverem assistindo) e coloque algumas questões aos alunos: O que é Matemática? O que é Lógica? Não se tem uma resposta satisfatória para este tipo de indagação.

Dai afirmações curiosas como colocaremos a seguir: Certa vez, Russel disse que a *Matemática é uma ciência, na qual não se sabe do que se fala e nem o que se fala é verdade*. A isto, Emile Borel (matemático-1871-1956), retrucou, em outra oportunidade: *A Matemática é a única ciência, na qual se sabe do que se fala e que o que se fala é verdade*. Pode-se dar significado às duas afirmações, de modo que ambas tenham razão. De fato, basta que, na primeira definição, pensemos no mundo físico, real e na segunda, nos restrinjamos à verdade matemática.

Num sistema axiomático partimos de palavras não definidas, despidas de qualquer conteúdo e de proposições não demonstradas ou axiomas e com a utilização da Lógica subjacente, construímos o edifício de uma teoria, (formalizamos), demonstrando as proposições que serão os teoremas. Contudo, no que concerne ao mundo real, nada se pode dizer sobre a verdade dos resultados. Um exemplo interessante disto, é o seguinte; na construção axiomática da geometria euclidiana, chega-se à conclusão que a soma das medidas dos ângulos de um triângulo é sempre 180 graus, ao passo que em uma geometria não euclidiana, infere-se que a soma pode ser menor que 180 graus. As duas afirmações geométricas, euclidiana e não euclidiana, são certas, mas estão em edifícios axiomáticos diferentes.

Depois da execução

Continuando sobre o paradoxo de Aquiles: aqui, por meio de um recurso hábil, Zenon dividiu o intervalo de tempo entre o momento da partida de Aquiles e o instante em que ele alcançaria a tartaruga em infinitamente intervalos de tempo; afirma então que a soma de infinitos termos positivos deve ser infinita, o que é naturalmente errado. Veja por exemplo no vídeo *Pra La de Bagdá*, a soma de uma PG infinita de razão menor que 1, é finita. O problema gera uma PG infinita com razão menor que 1. Os outros paradoxos de Zenon usam o mesmo tipo de raciocínio. Todos eles estão relacionados a processos de limites, continuidade e a construção dos números reais e estão fora do escopo do ensino médio. No entanto, este problema de Zeno é um exemplo clássico de paradoxo (aparente).

Sugestões de leitura

- 1) CARRAHER, D.W. *O senso crítico*. São Paulo, editora Pioneira, 1983.
- 2) MACHADO, N.J. *Lógico?É lógico!* São Paulo, editora Scipione, 1988.
- 3) CASTRUCCI, B. *Introdução à Lógica Matemática*. São Paulo -Grupo de estudo do ensino da Matemática, Serie Professor, número 4. 1973.
- 4) Veja também a solução gráfica do problema de Aquiles no site: <http://www.ime.unicampbr/~calculo>, acessado no dia 8 de outubro de 2010.

Ficha técnica

Autora: *Otília W. Paques*

Revisão *Samuel Rocha de Oliveira*

Coordenação de Mídias Audiovisuais *Prof. Dr. Eduardo Paiva*

Coordenador acadêmico *Prof. Dr. Samuel Rocha de Oliveira*

Universidade Estadual de Campinas

Reitor *Fernando Ferreira Costa*

Vice-reitor *Edgar Salvadori de Decca*

Pró-Reitor de Pós-Graduação *Euclides de Mesquita Neto*

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica

Diretor *Jayme Vaz Jr.*

Vice-diretor *Edmundo Capelas de Oliveira*