



Guia do Professor



Vídeo

Para salvar o mundo

Série Matemática na Escola

Objetivos

1. Apresentar o conteúdo de progressão geométrica através de situações problemas;
2. Apresentar os diferentes tipos de progressão geométrica: crescente, decrescente etc.

ATENÇÃO Este Guia do Professor serve apenas como apoio ao vídeo ao qual este documento se refere e não pretende esgotar o assunto do ponto de vista matemático ou pedagógico.

LICENÇA Esta obra está licenciada sob uma licença Creative Commons 

Para salvar o Mundo

Série

Matemática na Escola

Conteúdos

Progressão geométrica.

Duração

Aprox. 10 minutos.

Objetivos

1. Apresentar o conteúdo de progressão geométrica através de situações problemas;
2. Apresentar os diferentes tipos de progressão geométrica: crescente, decrescente etc.

Sinopse

JR recebe uma mensagem urgente de X7. Preocupado, entra em contato com o amigo que explica a situação de risco de uma pandemia. Eles então têm que traçar um plano para que a gripe aviária não se torne uma ameaça mundial. Para isso vão fazer uso da progressão geométrica e correr para controlar a situação.

Material relacionado

Áudios: *Progressão geométrica, Mortos vivos, Titius Bode*;
Experimentos: *Eliminando quadrados, Quadrado mágico multiplicativo, O quadrado de Koch, Torres de Hanoi*;
Softwares: *Populações*;
Vídeos: *E agora José, Juros divididos, dívida crescente, Pra lá de Bagdá, Xeque mate*.

Introdução

Sobre a série

A série Matemática na Escola aborda o conteúdo de matemática do ensino médio através de situações, ficções e contextualizações. Os programas desta série usualmente são informativos e podem ser introdutórios de um assunto a ser estudado em sala de aula ou fechamentos de um tema ou problema desenvolvidos pelo professor. Os programas são ricos em representações gráficas para dar suporte ao conteúdo mais matemático e pequenos documentários trazem informações interdisciplinares.

Sobre o programa

O vídeo é uma ficção sobre o risco de pandemia de gripe aviária e o uso de conceitos simples de progressões geométricas para “salvar o mundo”.

Gripes são causadas por vírus denominados *influenza*. Há muitas variações desses vírus, algumas muito letais, como a espanhola que por infectar muita gente, deve ter matado entre 20 e 100 milhões de pessoas. Essa gripe aconteceu em plena primeira guerra mundial. Mas para colocar em perspectiva, a 1ª Guerra matou cerca de 15 milhões e a 2ª Guerra 16 milhões.

O vírus da gripe aviária faz parte da família H5N1 e, por simplicidade de apresentação, se reproduz em progressão geométrica, conquanto as condições de infecção sejam favoráveis ao vírus.

Na ficção, o surto da gripe tem uma evolução, que claramente está em progressão geométrica. Essa é uma forma lúdica de apresentar a forma geral de uma progressão geométrica.

$a_n = q^{n-1}a_1$ para os naturais $n > 1$, onde q é a razão da progressão geométrica que tem o primeiro termo a_1 .





Sugestões de atividades

Antes da execução

É necessário que os alunos tenham alguma noção de seqüências, e se tratando de progressão geométrica é importantíssimo que o professor lembre algumas regras da potenciação e racionalização, para que não haja dúvidas em durante a resolução das atividades e exercícios propostos.

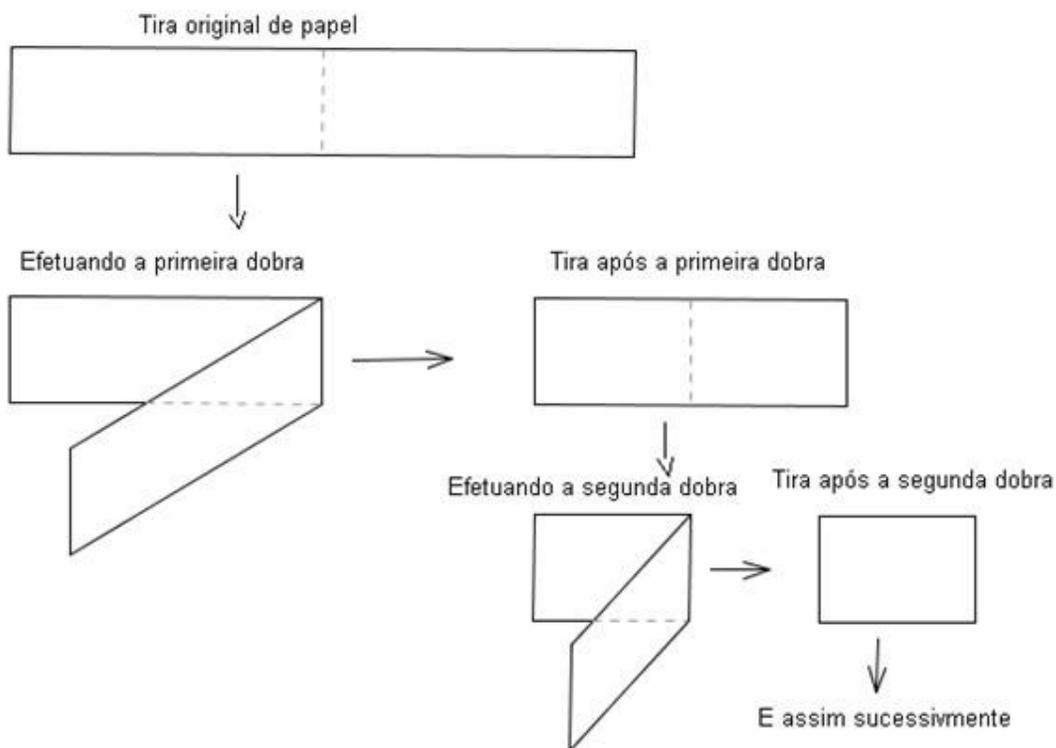
Depois da execução

Após o vídeo, o professor pode classificar as sequencias, de maneira mais formal, incluindo a progressões geométricas, crescentes, decrescentes, constantes etc.

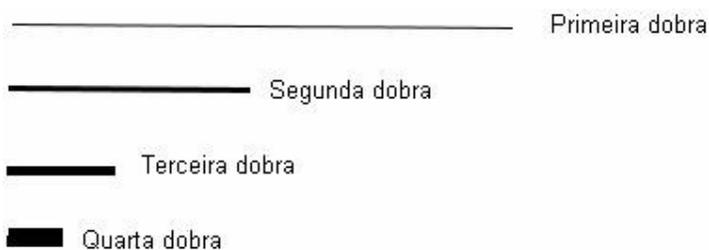
Atividade 1

1. Distribuir folhas sulfites em branco para os alunos (uma por pessoa);
2. Dividir a turma em grupos;

3. Solicitar a cada grupo que faça uma estimativa da espessura do papel a ser utilizado;
4. Cada grupo deve dobrar a folha ao meio;
5. Após a primeira dobra, o papel deve ser novamente dobrado ao meio, e assim sucessivamente, como na figura:



As espessuras das tiras dobradas (ou alturas se posicionadas verticalmente) ficarão mais ou menos assim:



6. Perguntar aos alunos qual é a relação entre as espessuras das tiras referentes a duas dobras consecutivas. Resposta esperada: a espessura da tira logo após uma dobra é o dobro da espessura da tira referente à dobra anterior.
7. Solicitar aos alunos que expressem a espessura da tira dobrada, ou altura, em relação à espessura da tira original, colocando os valores obtidos em uma tabela (segue exemplo).

Número da dobra	Espessura (em mm)
1	
2	
3	
⋮	⋮
n	

Admitindo uma folha de espessura 0,1 mm, as respostas esperadas são: $2 \times 0,1$ mm, $2^2 \times 0,1$ mm, $2^3 \times 0,1$ mm e $2^n \times 0,1$ mm. Este último resultado representa o termo geral da progressão geométrica de razão 2.

8. Verificar a limitação física de se efetuar muitas dobras.
9. Supor que seja possível fazer um número qualquer de dobras e estimar a espessura da tira de papel após ser dobrada 39 vezes. O aluno deve ser orientado, se necessário, a usar a expressão para o termo geral obtido na etapa 7.
10. Pedir aos alunos para compararem o resultado obtido na etapa 9 com, por exemplo, a distância da Terra à Lua. A resposta esperada é: após dobrar 39 vezes a tira de papel, de espessura 0,1 mm, obter-se-á uma tira de espessura $2^{39} \times 0,1$ mm = $2^{39} \times 10^{-6}$ km, que é cerca de uma vez e meia a distância da Terra à Lua.

11. Pode-se também solicitar aos alunos que determinem o número de dobras para que a espessura final (ou altura da tira dobrada) tenha, por exemplo, a altura de um prédio de três andares, ou a distância de Belo Horizonte a São Paulo.

Atividade 2

Um estagiário do curso de Administração querendo formar uma poupança prometeu a si mesmo guardar, durante um ano, R\$ 1,00 no primeiro mês, R\$ 2,00 no segundo mês, R\$ 4,00 no terceiro mês e ir dobrando o valor até o último mês. Os valores que representam as quantias guardadas e formam a seqüência (1, 2, 4, 8, 16,..., 2048). Observe que cada termo a partir do segundo é o dobro do anterior.

Esse é o exemplo da seqüência chamada de Progressão Geométrica. A partir daqui pode-se dar a definição de progressão geométrica e é outra maneira se chegar a formula do termo geral ($a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$), esta também pode ser provada através por meio de indução.

O professor deve passar vários exemplos para melhor fixação e auxilio nos exercícios.

1. Determine a razão de cada uma das seqüências:

a) (3, 12, 48,...)

b) (10, 5,...)

c) (5,-15,...)

d) (10, 50,...)

2. Escreva uma P.G. de quatro termos em que $a_1 = 5$ e $q = 3$.

3. Escreva uma P.G. de seis termos em que $a_1 = -2$ e $q = 2$.

4. Escreva uma P.G. de cinco termos em que $a_1 = 540$ e $q = 1$.

5. (Desafio) Determine o valor de x , de modo que os números $x+1$, $x+4$, $x+10$ formem, nesta ordem, uma P.G.



Atividade 3

Apresentar a fórmula do termo geral da progressão geométrica lembrando aos alunos alguns conceitos simples de potenciação que levarão á formula:

Sabendo que a P.G. $(a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n)$, cada termo, a partir do segundo, é igual ao produto do termo anterior pela razão q , ou seja:

$$1^\circ \text{ termo } \rightarrow a_1 = a_1 \cdot q^0$$

$$2^\circ \text{ termo } \rightarrow a_2 = a_1 \cdot q^1$$

$$3^\circ \text{ termo } \rightarrow a_3 = a_1 \cdot q^2$$

$$4^\circ \text{ termo } \rightarrow a_4 = a_1 \cdot q^3$$

.

.

$$n^\circ \text{ termo } \rightarrow a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

Explicada a fórmula aos alunos, e depois de alguns exemplos (fica a critério do professor), a seguir vamos propor exercícios de fixação:

1. Determinar o nono termo da P.G. $(81, 27, 9, \dots)$.
2. Determinar o primeiro termo da P.G. em que $a_6 = 96$ e $q = 2$.
3. Qual a razão de uma P.G., em que $a_1 = 5$ e $a_4 = 135$?
4. Determine quantos termos tem a P.G. $(6, 18, \dots, 1458)$.
5. (Desafio) Numa P.G. o segundo termo é 8 e o quinto termo é 512. Escrever essa P.G.

Propomos uma lista de seis exercícios para os alunos exercitem o conteúdo dado.

1. Quantos termos tem uma P.G. de razão 2, cujo primeiro termo é 6 e o último é 3072?
2. Numa P.G. de quatro termos, a razão é 5 e o último termo é 375. Calcular o primeiro termo desta P.G.
3. A soma de três números em P.G. é 39 e o produto entre eles é 729. Calcular os três números?
4. Três números estão em P.G. crescente de tal forma que a sua soma é 130 e o produto é 27000. Calcule os três números.
5. Numa P.G. $a_5 = 32$ e $a_8 = 256$. Calcule q e a_1 .
6. Inserindo-se cinco meios geométricos entre 8 e 5832 obtém-se uma seqüência. Determine o quinto termo dessa seqüência.

Sugestões de leitura

Unicamp, **PROVA DO VESTIBULAR 2007** – Segunda fase – Matemática – exercício 3.

Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, David Degenzajn, Roberto Périgo

MATEMÁTICA – Volume Único -- Editora Atual

Benigno Barreto Filho, Caludio Xavier da Silva, **MATEMÁTICA AULA POR AULA** -- Editora FTD

Ficha técnica

Autora *Thalita Cornélio*

Revisão *Samuel Rocha de Oliveira*

Coordenação de Mídias Audiovisuais *Prof. Dr. Eduardo Paiva*

Coordenador acadêmico *Prof. Dr. Samuel Rocha de Oliveira*

Universidade Estadual de Campinas

Reitor *Fernando Ferreira Costa*

Vice-reitor *Edgar Salvadori de Decca*

Pró-Reitor de Pós-Graduação *Euclides de Mesquita Neto*

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica

Diretor *Jayme Vaz Jr.*

Vice-diretor *Edmundo Capelas de Oliveira*

