



Matemática
Multimídia

Números
e funções



Guia do Professor



Vídeo

Overdose

Série Matemática na Escola

Objetivos

1. Analisar um problema sobre drogas, modelado matematicamente por funções exponenciais;
2. Introduzir o termo “meia-vida” e com ele obter a função exponencial que modela a quantidade de nicotina no corpo de um fumante.

ATENÇÃO Este Guia do Professor serve apenas como apoio ao vídeo ao qual este documento se refere e não pretende esgotar o assunto do ponto de vista matemático ou pedagógico.

LICENÇA Esta obra está licenciada sob uma licença Creative Commons



UNICAMP

Overdose

Série

Matemática na Escola

Conteúdo

Função e gráficos.

Duração

Aprox. 10 minutos.

Objetivos

1. Estudar a função exponencial decrescente.
2. Introduzir o termo “meia-vida” e com ele obter a função exponencial que modela a quantidade de nicotina no corpo de um fumante.

Sinopse

A jovem Marcela está no seu quarto assistindo a TV quando ouve uma notícia: a cantora mais famosa do momento está num hospital, devido ao uso excessivo de cigarros. A cunhada de Marcela, que é médica (e deve entender de Matemática), liga para ela no momento e lhe explica como a nicotina é eliminada da corrente sanguínea de uma pessoa. Ela conhece a função que modela a quantidade de nicotina no sangue de um fumante, que é uma função exponencial decrescente, por partes, ao fumar muitos cigarros continuamente.

Material relacionado

Experimentos: *Contando quadrados*;

Vídeos: *Ossos duros de roer*.

Introdução

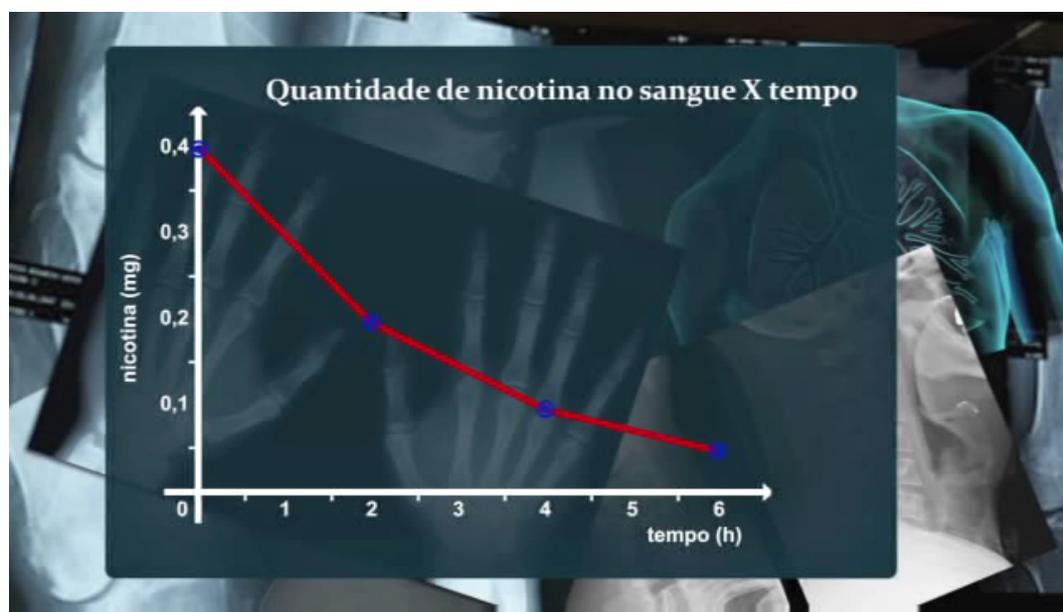
Sobre a série

A série *Matemática na Escola* aborda o conteúdo de matemática do Ensino Médio através de situações, ficções e contextualizações. Os programas desta série usualmente são informativos e podem ser introdutórios de um assunto a ser estudado em sala de aula ou fechamentos de um tema ou problema desenvolvidos pelo professor. Os programas são ricos em representações gráficas para dar suporte ao conteúdo mais matemático; além disso, pequenos documentários trazem informações interdisciplinares.

Sobre o programa

O programa aborda um problema cujo modelo matemático é a função exponencial:

$$Q(t) = Q_0 \times a^t, \quad \text{para } Q_0 \text{ e } a \text{ constantes e } 0 < a < 1.$$



Quando uma pessoa fuma um cigarro, a nicotina do cigarro penetra no seu corpo pelos pulmões e vai para a corrente sanguínea. À medida que a nicotina deixa o sangue, o fumante tem vontade de fumar outro cigarro. A meia-vida da nicotina no sangue é cerca de duas horas, o que significa que depois de duas horas a quantidade de nicotina no corpo cai pela metade.

Então, se uma pessoa fumar dois cigarros, para o primeiro cigarro teremos $N_0 = 0,4$ (a quantidade inicial) e, através da informação de que a meia-vida da nicotina é de duas horas, a função que modela a quantidade de nicotina do primeiro cigarro é

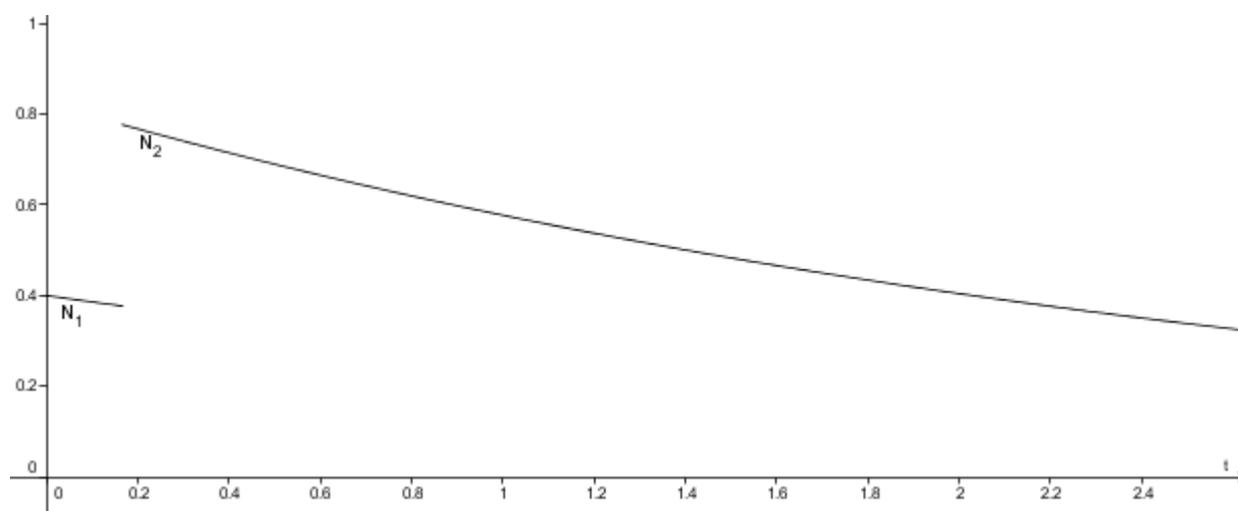


$$N_1(t) = 0,4(0,7)^t, \quad \text{onde } 0 \leq t < \frac{1}{6}$$

número de horas.

Observe que, para o segundo cigarro, a função:

$$N_2(t) = 0,7777(0,7)^{\left(t - \frac{1}{6}\right)}, \quad \text{é definida para } t \geq \frac{1}{6}.$$



Veja que a função final será exponencial (de decaimento) por partes.



A meia-vida de uma quantidade que decresce exponencialmente é o tempo necessário para que a quantidade se reduza à metade.

A meia-vida do carbono-14 é cerca de 5730 anos. A meia-vida da cafeína no corpo é de cerca de 4 horas.

O professor pode aproveitar o modelo apresentado e estudar outras funções exponenciais.

Sugestões de atividades

Depois da execução

Sugestão de atividade para os alunos.

1) Sabendo que a meia-vida do carbono 14 é de 5730 anos, escreva a função que dá a quantidade $Q(t)$ de carbono-14 que permanece no organismo t anos depois da morte (este problema é modelado com a mesma função do problema da nicotina).

Resposta: Sabemos que tal função é $Q(t) = Q_0 \times a^t$. Como a meia-vida do carbono-14 é de 5730 anos, temos que $Q(5730) = \frac{Q_0}{2}$. Usando a função logarítmica para resolver a equação exponencial, obtemos

$a \cong 0,9998790392$. Assim, $Q(t) = Q_0(0,9998790392)^t$. Q_0 é a quantidade inicial, que neste caso é 1.

2) Um quadro, supostamente pintado por Vermeer (1632-1675), um pintor holandês muito famoso, contém 99,5% de seu carbono-14 presente. A partir desta informação e usando a função obtida na atividade anterior, decida se o quadro é verdadeiro.

Resposta: A informação pode ser usada assim: $0,995 = 1(0,9998790392)^t$. Usando logaritmo, obtemos $t \cong 42$ anos. Logo, o quadro é falso. Convém ressaltar que o valor medido tem uma margem de erro, mas o pintor já tinha falecido havia mais de trezentos anos!

3) Uma xícara de café contém cerca de 100 mg de cafeína. Sabemos que a meia-vida da cafeína no corpo é cerca de 4 horas.

a) Sabendo que este problema é modelado da mesma forma, com uma função de decaimento exponencial, descreva esta função.

Resposta: $Q(t) = 100(0,84)^t$, para t em horas.

b) Quanto tempo levará para que a quantidade de cafeína atinja 20mg?

Resposta: $t \cong 9,2$ horas.

Sugestões de leitura

1. D.Hughes-Hallet, A.M.Gleason, et al, Cálculo e Aplicações, Editora Blucher, 1999.
2. Elon L.Lima, P.C.P.Carvalho, E.Wagner, A.C.Morgado, A Matemática do Ensino Médio- Coleção do Professor de Matemática, volume 1 - SBM, Rio de Janeiro, 1999

Ficha técnica

Autor *Otilia Terezinha W. Paques*

Revisor *Samuel Rocha de Oliveira*

Coordenador de audiovisual *Prof. Dr. José Eduardo Ribeiro de Paiva*

Coordenador acadêmico *Prof. Dr. Samuel Rocha de Oliveira*

Universidade Estadual de Campinas

Reitor *Fernando Ferreira Costa*

Vice-reitor *Edgar Salvadori de Decca*

Pró-Reitor de Pós-Graduação *Euclides de Mesquita Neto*

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica

Diretor *Jayme Vaz Jr.*

Vice-diretor *Edmundo Capelas de Oliveira*