Matemática Multimídia

Números e funções

Guia do Professor

Vídeo

OSSO DURO DE ROER

Série **Matemática na Escola**

Objetivos
Introduzir o conceito de função exponencial.

ATENÇÃO Este Guia do Professor serve apenas como apoio ao vídeo ao qual este documento se refere e não pretende esgotar o assunto do ponto de vista matemático ou pedagógico.

UNICAMP

FNDE FUNDO NACIONAL DE DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO

Secretaria de Educação a Distância

Ministério da Ciência e Tecnologia

Ministério da Educação

Governo Federal

Osso Duro de Roer

Série
Matemática na Escola

Conteúdos
Função exponencial decrescente.

Duração
Aprox. 12 minutos.

Objetivos
Introduzir o conceito de função exponencial.

Sinopse
Uma candidata ao curso de Paleontologia procura ajuda de um professor para obter informação sobre o curso. O professor, por sua vez, mostra que é possível determinar a idade de fósseis, da Terra e de corpos humanos através do estudo da função exponencial decrescente.

Material relacionado
Vídeos: *Os Suspeitos.*

Introdução

Sobre a série

A série *Matemática na Escola* aborda o conteúdo de matemática do Ensino Médio através de situações, ficções e contextualizações. Os programas desta série usualmente são informativos e podem ser introdutórios de um assunto a ser estudado em sala de aula ou fechamentos de um tema ou problema desenvolvidos pelo professor. Os programas são ricos em representações gráficas para dar suporte ao conteúdo mais matemático; além disso, pequenos documentários trazem informações interdisciplinares.

Sobre o programa

O programa ilustra como a matemática pode ajudar a todos na resolução dos mais diversos tipos de problemas, através de conceitos simples, tais como o da função exponencial decrescente.

No vídeo, uma estudante procura obter informações de um professor (Rossini) sobre o curso de Paleontologia.

Rossini define a função exponencial (crescente e decrescente) $f(x)=a^x$, $0<a<1$, e mostra como a função exponencial decrescente se aplica ao cálculo da idade da Terra, através da taxa de decaimento de uma quantidade de urânio que se transforma em chumbo pela perda da radiação. Em seguida, ele faz uma analogia com o decréscimo de temperatura de um corpo humano, a partir do instante da morte - esta temperatura decai (carbono-14) segundo uma função exponencial decrescente do tempo. Rossini conclui a explanação afirmando que a função exponencial decrescente apresenta muitas aplicações na Paleontologia.

Após os comentários do professor, a estudante fica motivada em cursar Paleontologia.

Sugestões de atividades

Antes da execução

Sugerimos a revisão de função crescente e decrescente.

Depois da execução

Após a execução do vídeo, o professor pode iniciar o ensino do conteúdo de função exponencial decrescente, dando ênfase a situações-problema que envolvam esse conceito.

Problema 1: suponha que o número de indivíduos de uma determinada população seja dado pela função: $F(t) = a.2^{-bt}$, onde a variável t é dada em anos e a e b são constantes.

a. Encontre as constantes a e b de modo que a população inicial seja de 1024 indivíduos, e após 10 anos seja metade da população inicial.

b. Qual é o tempo mínimo para que a população se reduza a $\frac{1}{8}$ da população inicial?

c. Esboce o gráfico da função $F(t)$.

Solução:

a. Do enunciado, tem-se: $F(0)=1024$ e $F(10)=512$

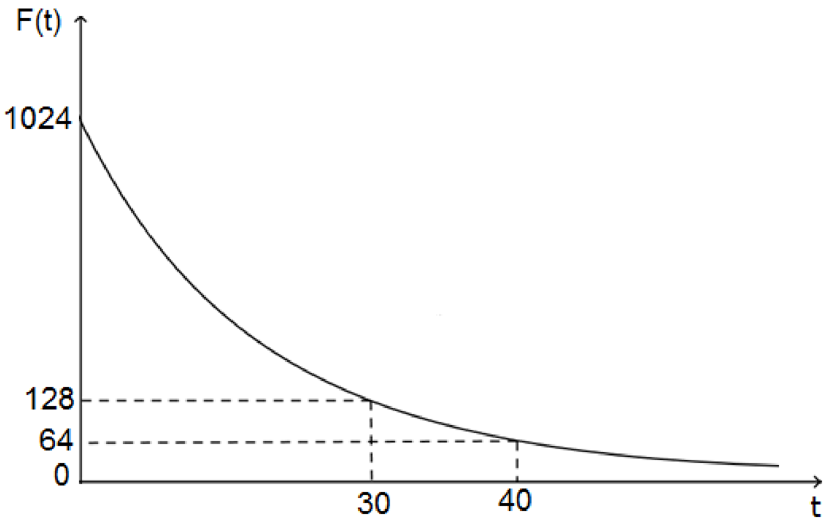
$$a.2^{-b.0}=1024 \Rightarrow a.2^{0}=1024 \Rightarrow a=1024$$

$$a.2^{-b.10}=512 \Rightarrow 1024.2^{-10b}=512 \Rightarrow 2^{-10b}=2^{-1} \Rightarrow -10b=-1 \Rightarrow b=\frac{1}{10}$$

Logo, $F(t)=1024.2^{-\frac{t}{10}}$.

b. $F(t)=\frac{1}{8}.1024 \Rightarrow 1024.2^{-\frac{t}{10}}=\frac{1024}{8} \Rightarrow 2^{-\frac{t}{10}}=2^{-3} \Rightarrow -\frac{t}{10}=-3 \Rightarrow t=30\text{ anos}$

c.



O professor poderá observar que, para cada 10 anos de acréscimo de tempo, a população se reduz à metade.

Problema 2: O gerente de produção de uma indústria construiu a tabela abaixo, relacionando a produção dos operários com sua experiência.

Experiência (meses)	0	6
Produção (unidades por hora)	200	350

Considerando que a produção Q se relaciona à experiência t através da função $Q(t) = 500 - A.e^{-kt}$, sendo $e \approx 2{,}72$ e k uma constante, determine:

a. Quantos meses de experiência serão necessários para que os operários possam produzir 425 unidades por hora.

b. Qual será a máxima produção possível dos operários dessa empresa.

c. Esboce o gráfico da função $Q(t)$.

Solução: Da tabela, tem-se:

$$Q(0) = 500 - A.e^{-k0} = 200 \Rightarrow A.e^{0} = 300 \Rightarrow A = 300$$

$$Q(6) = 500 - 300.e^{-6k} = 350 \Rightarrow \left(e^{-k}\right)^6 = \frac{1}{2} \Rightarrow e^{-k} = 2^{-\frac{1}{6}} \Rightarrow e^{-kt} = 2^{-\frac{t}{6}}$$

E daí, vem:

$$Q(t) = 500 - 300.2^{-\frac{t}{6}}$$

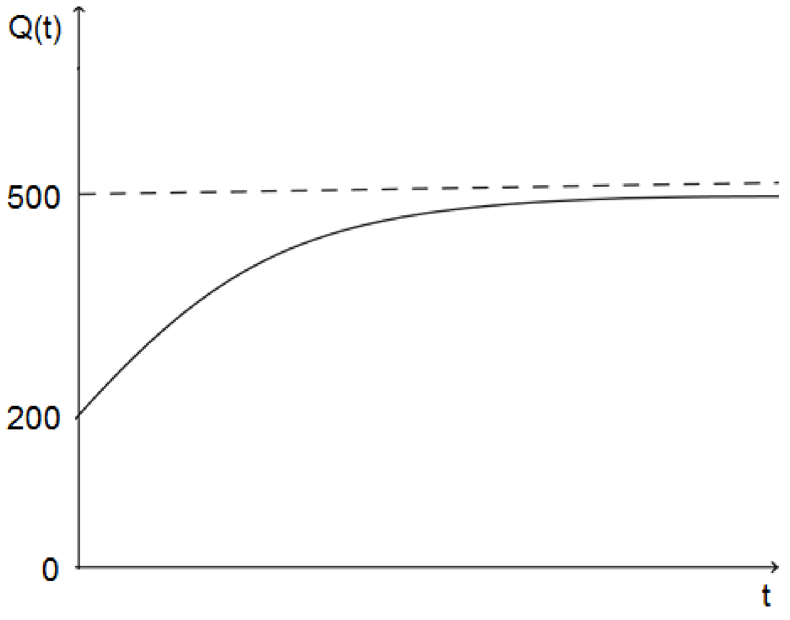
a. $Q(t) = 425$

$$500 - 300.2^{-\frac{t}{6}} = 425 \Rightarrow 300.2^{-\frac{t}{6}} = 75 \Rightarrow 2^{-\frac{t}{6}} = \frac{1}{4} = 2^{-2}$$

Portanto, $t = 12 \text{ meses}$.

b. Para um número muito grande de meses, a expressão $300.2^{-\frac{t}{6}}$ se aproxima de zero e $Q(t)$ se aproxima de 500. Ou seja, a produção máxima possível dos operários dessa empresa é 500 unidades por hora.

c.



Sugestões de leitura

IEZZI, G. e outros. Fundamentos de Matemática Elementar – Vol.1. Atual Editora
MACHADO, A. S. Temas e Metas – Vol.1 . Atual Editora

Ficha técnica

Autor *Luiz Antonio Mesquiari*
Revisor *José Plínio de Oliveira Santos*
Coordenador de audiovisual *Prof. Dr. José Eduardo Ribeiro de Paiva*
Coordenador acadêmico *Prof. Dr. Samuel Rocha de Oliveira*

Universidade Estadual de Campinas
Reitor *Fernando Ferreira Costa*
Vice-reitor *Edgar Salvadori de Decca*
Pró-Reitor de Pós-Graduação *Euclides de Mesquita Neto*

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica
Diretor *Jayme Vaz Jr.*
Vice-diretor *Edmundo Capelas de Oliveira*