



## Guia do Professor

# Vídeo


### Na cauda do cometa

### Série Matemática na Escola

#### Objetivos

1. Motivar o estudo das cônicas para a astronomia;

ATENÇÃO Este Guia do Professor serve apenas como apoio ao vídeo ao qual este documento se refere e não pretende esgotar o assunto do ponto de vista matemático ou pedagógico.

LICENÇA Esta obra está licenciada sob uma licença Creative Commons 

# Na cauda do cometa

## **Série**

Matemática na Escola

## **Conteúdos**

Geometria analítica, cônicas, elipse, hipérbole, parábola.

## **Duração**

Aprox. 10 minutos.

## **Objetivos**

1. Motivar estudo das cônicas para a astronomia;

## **Sinopse**

Dois jovens estudiosos de astronomia discutem as técnicas e teorias empregadas para entender as órbitas dos corpos celestes e prever suas localizações no céu.

## **Material relacionado**

Vídeo: *A dança do Sol*;

Experimentos: *Que curva é essa chamada elipse*;

Áudios: *O que é elipse, O que hipérbole, O que é parábola.*

# Introdução

---

## Sobre a série

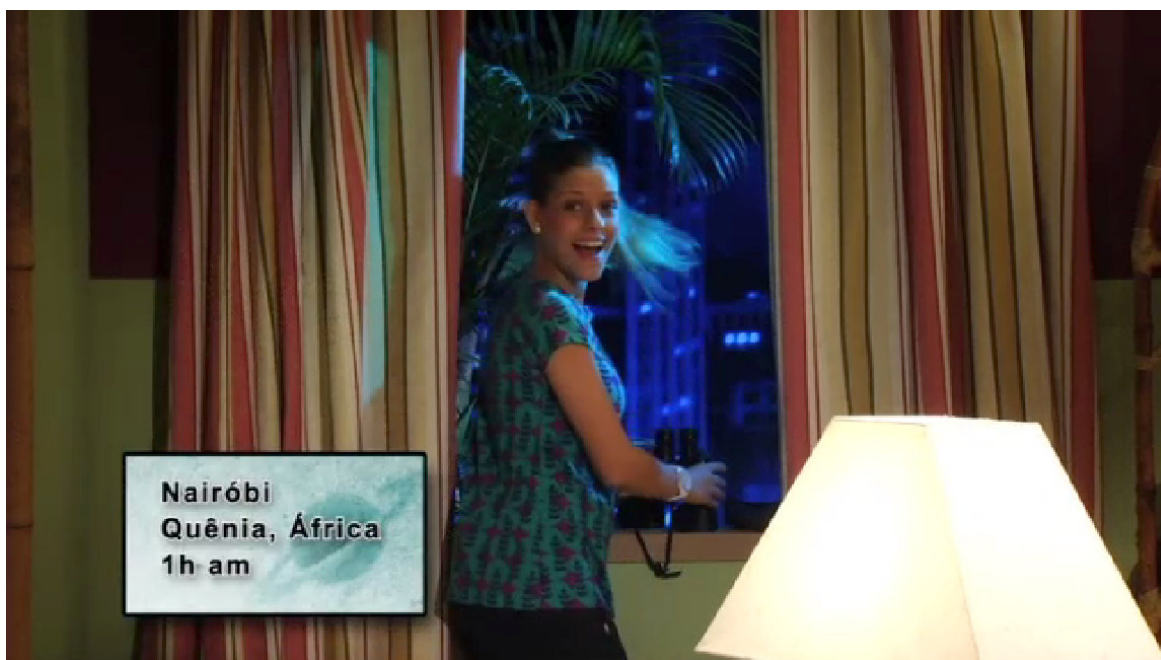
---

A série Matemática na Escola aborda o conteúdo de matemática do ensino médio através de situações, ficções e contextualizações. Os programas desta série usualmente são informativos e podem ser introdutórios de um assunto a ser estudado em sala de aula ou fechamentos de um tema ou problema desenvolvidos pelo professor. Os programas são ricos em representações gráficas para dar suporte ao conteúdo mais matemático e pequenos documentários trazem informações interdisciplinares.

## Sobre o programa

---

Cometas são raros visitantes à nossa vizinhança planetária e difíceis de serem vistos, com raras exceções. Por este motivo, ao saberem que um cometa poderia ser visto com a ajuda de binóculos ou pequenos telescópios, dois jovens observam o céu à procura do ilustre astro.



Ao conversarem à distância apresentam um resumo da história da astronomia e das teorias matemáticas que lhe dão suporte.



Vários cientistas são citados durante a conversa, bem como suas contribuições para a astronomia:

- Copérnico pelo seu modelo Heliocêntrico (com o Sol no centro);
- Galilei por aprimorar e utilizar a luneta para melhor visualizar a Lua, os planetas próximos e algumas de seus satélites naturais;
- Kepler que desenvolveu modelos empíricos para as órbitas dos planetas;
- Newton pela sua teoria da gravitação que explicou as órbitas cônicas dos corpos celestes,
- Gauss que foi o primeiro a usar as leis de Newton para prever a órbita de um cometa bem como predizer com precisão sua próxima aparição;

- John Couch Adams e Urbain Le Verrier por terem observações tão precisas de órbitas de um planeta que previram a existência de outro planeta, mesmo sem o terem observado.

No contexto da matemática do ensino médio, convém mencionar as Leis de Kepler para as órbitas dos planetas.

### Leis de Kepler

As três leis de Kepler que elegantemente explicaram o movimento dos planetas do sistema solar são:

1. Os planetas descrevem órbitas elípticas, com o Sol num dos focos;
2. O segmento de reta que liga um planeta ao Sol varre áreas iguais em tempos iguais;
3. O quadrado do período de revolução ( $T$ ) é diretamente proporcional ao cubo de sua distância média ( $a$ ) do Sol ao planeta.

Uma consequência da primeira lei é que a distância do planeta ao Sol em geral não é constante. A Terra também tem uma trajetória elíptica, mas é bom lembrar que a órbita é quase uma circunferência e que a maior ou menor proximidade ao Sol ao longo do ano *não* são as responsáveis pelas estações do ano.

A segunda lei implica que a velocidade orbital não é constante, em geral.

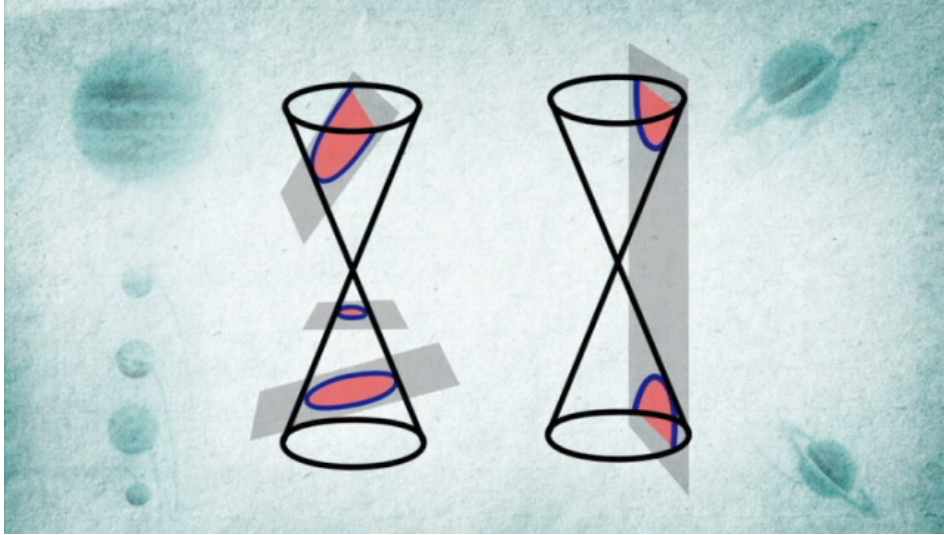
E a terceira lei diz que planetas mais distantes têm períodos de revolução maiores do que planetas mais próximos ao Sol:  $T^2 = k a^3$ , onde  $k$  é uma constante que não depende do planeta.

É comum os astrônomos usarem a distância da Terra ao Sol com sendo a Unidade Astronômica, ou UA. E se considerarmos o período  $T$  em unidades de anos terrestres e a distância  $a$  em UA, então  $k=1$  (ano terrestre)<sup>2</sup>/(UA)<sup>3</sup>. Assim a Lei de Kepler para o período dos planetas pode ser escrita como



$$T = a^{\frac{3}{2}}$$

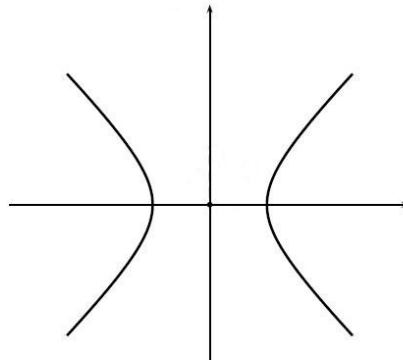
Um dos objetivos do programa é introduzir os nomes das curvas cônicas: elipse, hipérbole e parábola.



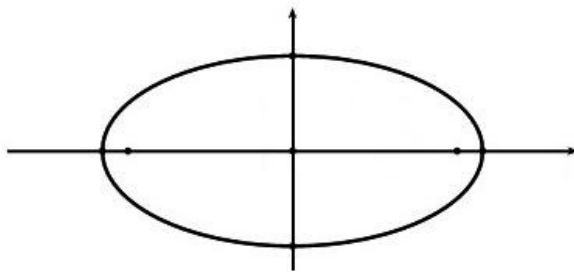
Estas curvas são definidas em um plano e podem ser obtidas ou definidas a partir de cortes apropriados em um cone duplo, como na ilustração acima.

### **Definição métrica das cônicas**

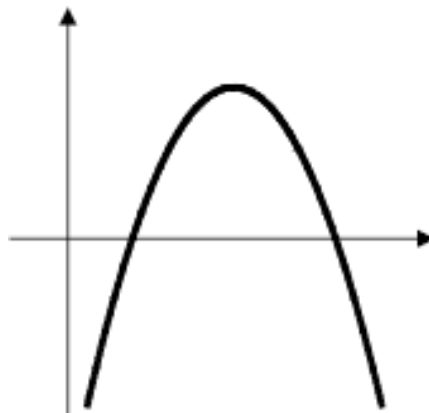
Hipérbole é o lugar geométrico dos pontos cuja diferença das distâncias a outros dois pontos (chamados focos) é constante. Veja a ilustração abaixo.



Elipse é lugar geométrico dos pontos cuja soma das distâncias a outros dois pontos (chamados focos) é constante. Veja ilustração abaixo.



Parábola é o lugar geométrico dos pontos cuja distância a uma reta (chamada reta diretriz) e um ponto fora dela (chamado foco) são iguais. Veja a ilustração abaixo



Podemos dizer que a parábola é a trajetória de objetos livremente arremessados (projétil) próximos à superfície da Terra (ou do jato de uma mangueira). Do ponto de vista rigoroso e matemático, a curva descrita por um projétil é *aproximadamente* uma parábola. Esta aproximação pode ser justificada pelo fato do projétil estar muito próximo à superfície da Terra e ser muito menor do que ela, mas a rigor a trajetória do projétil pode ser um pedaço de uma elipse que tem um dos focos o centro da Terra, pode ser um ramo de hipérbole, e neste caso o projétil escaparia do campo gravitacional da Terra ou pode ser de fato um pedaço de uma parábola em um caso muito particular de velocidade de arremesso.



Kepler induziu, a partir das observações, que as órbitas dos planetas, em geral, são elipses e Newton deduziu, a partir da sua teoria gravitacional, que as órbitas de um astro qualquer (planeta, cometa ou asteróide, por exemplo) sujeito (apenas) à atração gravitacional do Sol podem ser uma das três cônicas. No caso da elipse, e em particular da circunferência, a órbita é fechada e periódica. Nos outros casos da hipérbole e da parábola, a órbita é aberta.

Astrônomos já observaram cometas com órbitas fechadas e órbitas abertas. A origem dos cometas é um tema de pesquisa da astronomia inter estelar. Sabe-se, no entanto, que os cometas são compostos por um núcleo sólido rochoso envolto por poeira e gelo. A sua cauda é resultado da interação entre partículas e radiação emitidas pelo Sol e a poeira-gelo do cometa:

*à medida que se aproximam do Sol, parte do gelo sublima, formando uma grande nuvem de gás e poeira ao redor do cometa ... O vento solar [de partículas e radiação] sopra o gás e a poeira do cometa formando a cauda ... [que] sempre aponta na direção oposta à do Sol ... [Oliveira Filho e Saraiva, 2004].*

Um dos cometas mais famosos tem o nome de Halley. O cometa passa na vizinhança dos planetas internos a cada 75 anos.

O inglês Edmond Halley foi contemporâneo e conterrâneo de Isaac Newton. Em 1683 ficou obcecado em descobrir porque os planetas orbitam em curvas elípticas e por isto foi perguntar a Newton se ele saberia qual curva

*seria descrita pelos planetas supondo-se que a força de atração do Sol fosse inversamente proporcional ao quadrado de suas distâncias em relação a ele. O Sr. Isaac respondeu imediatamente que seria uma elipse. O doutor [Halley], tomado de alegria e espanto, perguntou como ele sabia aquilo. “Ora”, respondeu [Newton], “eu calculei” [Bryson, 2005].*





# Sugestões de atividades

---

## Antes da execução

---

O conhecimento das cônicas não é essencial para o entendimento do vídeo, portanto este pode ser apresentado como uma motivação para seu estudo e que este tema está intimamente relacionado à astronomia.

## Depois da execução

---

Desenvolver a atividade experimental *Que curva é essa chamada elipse* da coleção M<sup>3</sup>.

---

### Sugestões de leitura

---

Halliday: *Fundamentos de Física 2*, quarta edição.

G. Iezzi: *Fundamentos de Matemática Elementar*, vol. 7

Oliveira Filho, Kepler e Saraiva, Maria de Fátima: *Astronomia e Astrofísica*, Editora Livraria da Física, São Paulo, 2004. Pg 118

Bryson, B. *Breve história de quase tudo*, Companhia das Letras, São Paulo, 2005. Pg 59.

---

### Ficha técnica

---

Autor *Samuel Rocha de Oliveira*

Revisão *Ernesto Kemp*

Coordenação de Mídias Audiovisuais *Prof. Dr. Eduardo Paiva*

Coordenador acadêmico *Prof. Dr. Samuel Rocha de Oliveira*

### Universidade Estadual de Campinas

Reitor *Fernando Ferreira Costa*

Vice-reitor *Edgar Salvadori de Decca*

Pró-Reitor de Pós-Graduação *Euclides de Mesquita Neto*

### Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica

Diretor *Jayme Vaz Jr.*

Vice-diretor *Edmundo Capelas de Oliveira*

