



Guia do Professor

Vídeo

Na cauda do cometa

Série Matemática na Escola

Objetivos

1. Motivar o estudo das cônicas para a astronomia;

ATENÇÃO Este Guia do Professor serve apenas como apoio ao vídeo ao qual este documento se refere e não pretende esgotar o assunto do ponto de vista matemático ou pedagógico.

LICENÇA Esta obra está licenciada sob uma licença Creative Commons 

Na cauda do cometa

Série

Matemática na Escola

Conteúdos

Geometria analítica, cônicas, elipse, hipérbole, parábola.

Duração

Aprox. 10 minutos.

Objetivos

1. Motivar estudo das cônicas para a astronomia;

Sinopse

Dois jovens estudiosos de astronomia discutem as técnicas e teorias empregadas para entender as órbitas dos corpos celestes e prever suas localizações no céu.

Material relacionado

Vídeo: *A dança do Sol*;

Experimentos: *Que curva é essa chamada elipse*;

Áudios: *O que é elipse, O que hipérbole, O que é parábola.*

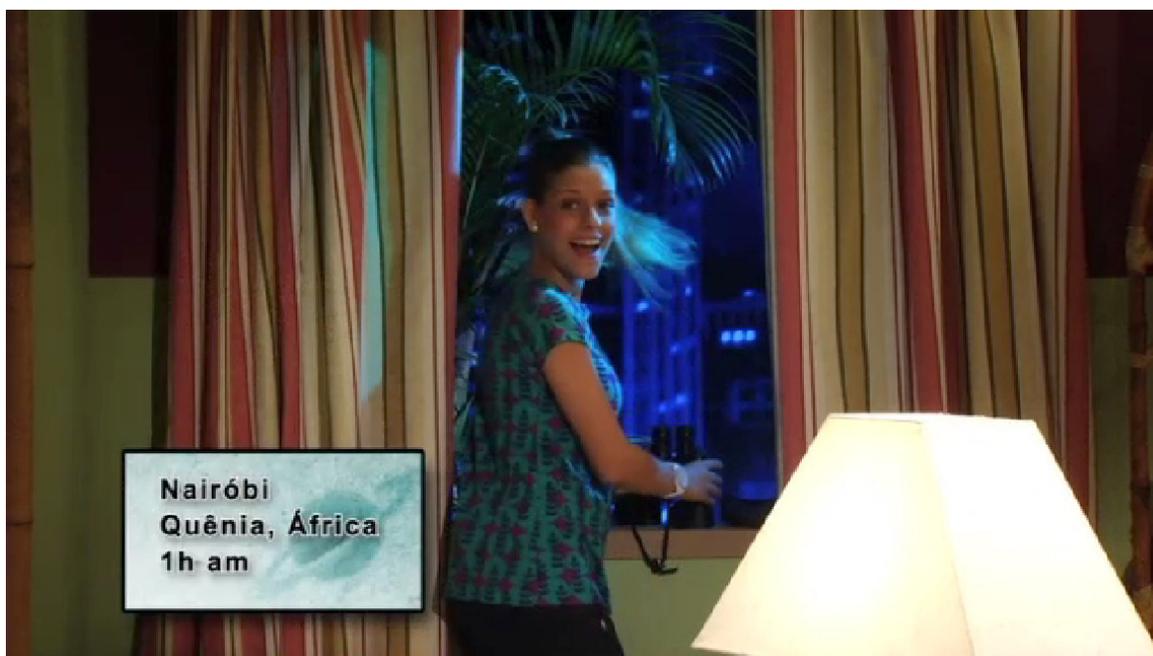
Introdução

Sobre a série

A série Matemática na Escola aborda o conteúdo de matemática do ensino médio através de situações, ficções e contextualizações. Os programas desta série usualmente são informativos e podem ser introdutórios de um assunto a ser estudado em sala de aula ou fechamentos de um tema ou problema desenvolvidos pelo professor. Os programas são ricos em representações gráficas para dar suporte ao conteúdo mais matemático e pequenos documentários trazem informações interdisciplinares.

Sobre o programa

Cometas são raros visitantes à nossa vizinhança planetária e difíceis de serem vistos, com raras exceções. Por este motivo, ao saberem que um cometa poderia ser visto com a ajuda de binóculos ou pequenos telescópios, dois jovens observam o céu à procura do ilustre astro.



Ao conversarem à distância apresentam um resumo da história da astronomia e das teorias matemáticas que lhe dão suporte.



Vários cientistas são citados durante a conversa, bem como suas contribuições para a astronomia:

- Copérnico pelo seu modelo Heliocêntrico (com o Sol no centro);
- Galilei por aprimorar e utilizar a luneta para melhor visualizar a Lua, os planetas próximos e algumas de seus satélites naturais;
- Kepler que desenvolveu modelos empíricos para as órbitas dos planetas;
- Newton pela sua teoria da gravitação que explicou as órbitas cônicas dos corpos celestes,
- Gauss que foi o primeiro a usar as leis de Newton para prever a órbita de um cometa bem como predizer com precisão sua próxima aparição;



- John Couch Adams e Urbain Le Verrier por terem observações tão precisas de órbitas de um planeta que previram a existência de outro planeta, mesmo sem o terem observado.

No contexto da matemática do ensino médio, convém mencionar as Leis de Kepler para as órbitas dos planetas.

Leis de Kepler

As três leis de Kepler que elegantemente explicaram o movimento dos planetas do sistema solar são:

1. Os planetas descrevem órbitas elípticas, com o Sol num dos focos;
2. O segmento de reta que liga um planeta ao Sol varre áreas iguais em tempos iguais;
3. O quadrado do período de revolução (T) é diretamente proporcional ao cubo de sua distância média (a) do Sol ao planeta.

Uma consequência da primeira lei é que a distância do planeta ao Sol em geral não é constante. A Terra também tem uma trajetória elíptica, mas é bom lembrar que a órbita é quase uma circunferência e que a maior ou menor proximidade ao Sol ao longo do ano *não* são as responsáveis pelas estações do ano.

A segunda lei implica que a velocidade orbital não é constante, em geral.

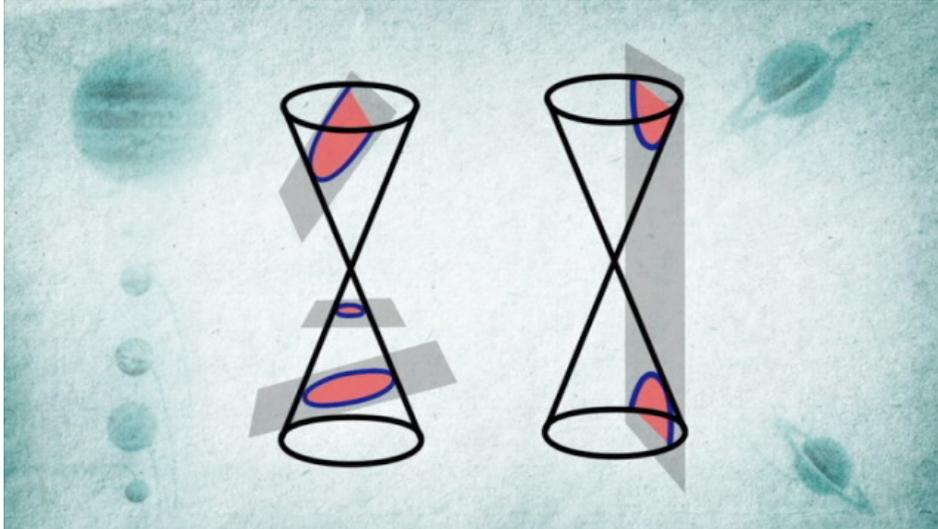
E a terceira lei diz que planetas mais distantes têm períodos de revolução maiores do que planetas mais próximos ao Sol: $T^2 = k a^3$, onde k é uma constante que não depende do planeta.

É comum os astrônomos usarem a distância da Terra ao Sol com sendo a Unidade Astronômica, ou UA. E se considerarmos o período T em unidades de anos terrestres e a distância a em UA, então $k=1$ (ano terrestre)²/(UA)³. Assim a Lei de Kepler para o período dos planetas pode ser escrita como



$$T = a^{\frac{3}{2}}$$

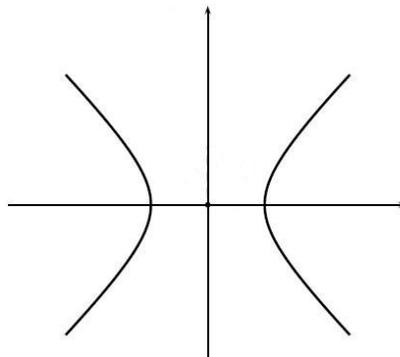
Um dos objetivos do programa é introduzir os nomes das curvas cônicas: elipse, hipérbole e parábola.



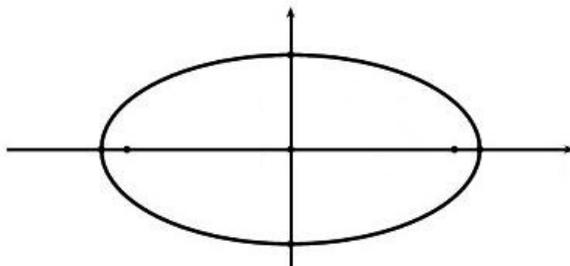
Estas curvas são definidas em um plano e podem ser obtidas ou definidas a partir de cortes apropriados em um cone duplo, como na ilustração acima.

Definição métrica das cônicas

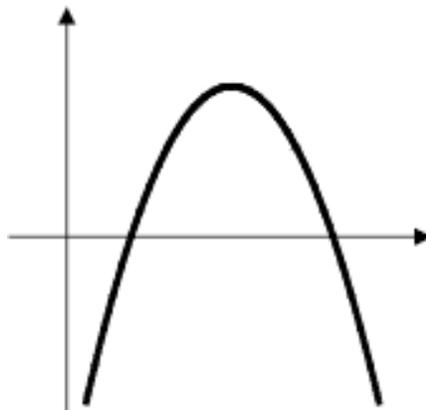
Hipérbole é o lugar geométrico dos pontos cuja diferença das distâncias a outros dois pontos (chamados focos) é constante. Veja a ilustração abaixo.



Elipse é lugar geométrico dos pontos cuja soma das distâncias a outros dois pontos (chamados focos) é constante. Veja ilustração abaixo.



Parábola é o lugar geométrico dos pontos cuja distância a uma reta (chamada reta diretriz) e um ponto fora dela (chamado foco) são iguais. Veja a ilustração abaixo



Podemos dizer que a parábola é a trajetória de objetos livremente arremessados (projétil) próximos à superfície da Terra (ou do jato de uma mangueira). Do ponto de vista rigoroso e matemático, a curva descrita por um projétil é *aproximadamente* uma parábola. Esta aproximação pode ser justificada pelo fato do projétil estar muito próximo à superfície da Terra e ser muito menor do que ela, mas a rigor a trajetória do projétil pode ser um pedaço de uma elipse que tem um dos focos o centro da Terra, pode ser um ramo de hipérbole, e neste caso o projétil escaparia do campo gravitacional da Terra ou pode ser de fato um pedaço de uma parábola em um caso muito particular de velocidade de arremesso.



Kepler induziu, a partir das observações, que as órbitas dos planetas, em geral, são elipses e Newton deduziu, a partir da sua teoria gravitacional, que as órbitas de um astro qualquer (planeta, cometa ou asteróide, por exemplo) sujeito (apenas) à atração gravitacional do Sol podem ser uma das três cônicas. No caso da elipse, e em particular da circunferência, a órbita é fechada e periódica. Nos outros casos da hipérbole e da parábola, a órbita é aberta.

Astrônomos já observaram cometas com órbitas fechadas e órbitas abertas. A origem dos cometas é um tema de pesquisa da astronomia inter estelar. Sabe-se, no entanto, que os cometas são compostos por um núcleo sólido rochoso envolto por poeira e gelo. A sua cauda é resultado da interação entre partículas e radiação emitidas pelo Sol e a poeira-gelo do cometa:

à medida que se aproximam do Sol, parte do gelo sublima, formando uma grande nuvem de gás e poeira ao redor do cometa ... O vento solar [de partículas e radiação] sopra o gás e a poeira do cometa formando a cauda ... [que] sempre aponta na direção oposta à do Sol ... [Oliveira Filho e Saraiva, 2004].

Um dos cometas mais famosos tem o nome de Halley. O cometa passa na vizinhança dos planetas internos a cada 75 anos.

O inglês Edmond Halley foi contemporâneo e conterrâneo de Isaac Newton. Em 1683 ficou obcecado em descobrir porque os planetas orbitam em curvas elípticas e por isto foi perguntar a Newton se ele saberia qual curva

seria descrita pelos planetas supondo-se que a força de atração do Sol fosse inversamente proporcional ao quadrado de suas distâncias em relação a ele. O Sr. Isaac respondeu imediatamente que seria uma elipse. O doutor [Halley], tomado de alegria e espanto, perguntou como ele sabia aquilo. “Ora”, respondeu [Newton], “eu calculei” [Bryson, 2005].



Sugestões de atividades

Antes da execução

O conhecimento das cônicas não é essencial para o entendimento do vídeo, portanto este pode ser apresentado como uma motivação para seu estudo e que este tema está intimamente relacionado à astronomia.

Depois da execução

Desenvolver a atividade experimental *Que curva é essa chamada elipse* da coleção M³.

Sugestões de leitura

Halliday: *Fundamentos de Física 2*, quarta edição.

G. Iezzi: *Fundamentos de Matemática Elementar*, vol. 7

Oliveira Filho, Kepler e Saraiva, Maria de Fátima: *Astronomia e Astrofísica*, Editora Livraria da Física, São Paulo, 2004. Pg 118

Bryson, B. *Breve história de quase tudo*, Companhia das Letras, São Paulo, 2005. Pg 59.

Ficha técnica

Autor *Samuel Rocha de Oliveira*

Revisão *Ernesto Kemp*

Coordenação de Mídias Audiovisuais *Prof. Dr. Eduardo Paiva*

Coordenador acadêmico *Prof. Dr. Samuel Rocha de Oliveira*

Universidade Estadual de Campinas

Reitor *Fernando Ferreira Costa*

Vice-reitor *Edgar Salvadori de Decca*

Pró-Reitor de Pós-Graduação *Euclides de Mesquita Neto*

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica

Diretor *Jayme Vaz Jr.*

Vice-diretor *Edmundo Capelas de Oliveira*

