



Matemática
Multimídia

Números
e funções



Guia do Professor



Vídeo

A mancha

Série Matemática na Escola

Objetivos

1. Dar um exemplo de modelagem matemática;
2. Iniciar o conceito de matrizes e sistemas com mais de 2 variáveis
3. Motivar as operações entre matrizes e vetores;

ATENÇÃO Este Guia do Professor serve apenas como apoio ao vídeo ao qual este documento se refere e não pretende esgotar o assunto do ponto de vista matemático ou pedagógico.

LICENÇA Esta obra está licenciada sob uma licença Creative Commons 



UNICAMP



FUNDO NACIONAL
DE DESENVOLVIMENTO
DA EDUCAÇÃO

Secretaria de
Educação a Distância

Ministério da
Ciência e Tecnologia

Ministério
da Educação

Governo
Federal

A mancha

Série

Matemática na Escola

Conteúdos

Formulação de problemas que envolvem matrizes, multiplicação de uma matriz por um vetor.

Duração

Aprox. 10 minutos.

Objetivos

1. Dar um exemplo de modelagem matemática;
2. Iniciar o conceito de matrizes e sistemas com mais de duas variáveis;
3. Motivar as operações entre matrizes e vetores;

Sinopse

Preocupado com uma mancha de poluentes químicos que se aproxima de sua cidade, um agricultor procura a ajuda de um amigo para evitar uma catástrofe. O amigo por sua vez sugere a criação de um modelo matemático para analisar o problema.

Material relacionado

Vídeos: *O guardador de águas*,
Bombons a granel

Introdução

Sobre a série

A série Matemática na Escola aborda o conteúdo de matemática do ensino médio através de situações, ficções e contextualizações. Os programas desta série usualmente são informativos e introdutórios de um assunto a ser estudado em sala de aula pelo professor. Os programas são ricos em representações gráficas para dar suporte ao conteúdo mais matemático e pequenos documentários trazem informações interdisciplinares.

Sobre o programa

O programa mostra como a matemática pode ajudar a todos na resolução de problemas cotidianos, através de conceitos simples, tais como a multiplicação entre matrizes e vetores.



No vídeo, um agricultor descobre que sua plantação pode estar ameaçada por uma mancha de poluentes, originária de um acidente em uma cidade próxima, que corre em direção à sua fazenda através do rio Tietê. Preocupado com tal situação, o agricultor procura a ajuda de um amigo para contornar o problema, que sugere o uso da matemática para determinar o tempo em que a mancha irá atingir sua cidade.

O principal objetivo do programa é mostrar que o conceito de multiplicação entre matrizes e vetores pode ser essencial até para quem não trabalha com matemática, como o agricultor.

Assim, o enfoque do vídeo é estimar o tempo que a mancha vai levar para chegar à fazenda do agricultor e com que concentração. O programa mostra de forma sistemática como é possível realizar tal feito, indicando passo a passo o processo ao agricultor.

O primeiro passo é determinar quais são as grandezas conhecidas e desconhecidas envolvidas no problema, para que possamos relacioná-las de alguma forma. Para isso, o amigo do agricultor sugere dividir o trecho do rio Tietê que liga as duas cidades em 6 partes (A,B,C,D,E,F), cada uma referente às outras cidades que o rio passa durante o trajeto e analisar o que acontece em cada uma delas. A figura a seguir mostra como é feita tal divisão:



Para cada trecho do rio, procura-se prever a quantidade de poluentes que teremos daqui a uma semana, ao analisar a quantidade que entra e a que sai naquele momento, escrevendo-se tais relações em forma de equações (conforme a ilustração abaixo). Nota-se ainda que as equações que relacionam as grandezas são lineares, uma aproximação que facilita a análise.

Quantidade de poluente daqui a 1 semana em B =
o que existe hoje
+ o que vai de poluente de A para B
+ o que se joga de poluente no trecho B
– quantidade de poluente que o rio leva de B para C
– o que se degrada

O segundo passo seria analisar as equações provenientes de cada trecho de forma conjunta, objetivando tirar uma relação entre elas. Após o uso de álgebra matricial simples, é possível mostrar que a solução do problema pode ser obtida por uma multiplicação entre uma matriz e um vetor, como visto a seguir:

$$\begin{bmatrix} A_{n+1} \\ B_{n+1} \\ C_{n+1} \\ D_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1 - f_{AB} - d_A) & 0 & 0 & 0 \\ f_{AB} & (1 - f_{BC} - d_B) & 0 & 0 \\ 0 & f_{BC} & (1 - f_{CD} - d_C) & 0 \\ 0 & 0 & f_{CD} & (1 - f_{DE} - d_D) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_n \\ B_n \\ C_n \\ D_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} q_A \\ q_B \\ q_C \\ q_D \end{bmatrix}$$

O conhecimento exato da solução não é apresentado, mas o objetivo de mostrar os primeiros passos é atingido.

Sugestões de atividades

Antes da execução

Sugerimos revisar o conceito de resolução de sistemas com duas variáveis com os alunos. A interpretação geométrica de um sistema de duas equações e duas incógnitas pode ser útil para que os alunos percebam que nem sempre um sistema de equações tem solução.

Depois da execução

Após a execução, sugere-se ao professor começar a ensinar aos alunos o conteúdo regular de matrizes, abordando como fazer o produto entre uma matriz e um vetor bem como propor situações problemas que recaem em sistemas com mais de duas variáveis.

Sugestões de leitura

L.R Dante (2007). Matemática, contexto e aplicações – cap 22 . Ática.

Ficha técnica

Autor *Pedro Ferraz Villela*

Revisor *Samuel Rocha de Oliveira*

Coordenador de audiovisual *Prof. Dr. José Eduardo Ribeiro de Paiva*

Coordenador acadêmico *Prof. Dr. Samuel Rocha de Oliveira*

Universidade Estadual de Campinas

Reitor *Fernando Ferreira Costa*

Vice-reitor *Edgar Salvadori de Decca*

Pró-Reitor de Pós-Graduação *Euclides de Mesquita Neto*

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica

Diretor *Jayme Vaz Jr.*

Vice-diretor *Edmundo Capelas de Oliveira*