Matemática Multimídia

Números e funções

Guia do Professor

Vídeo

Juros Divididos, Dívida Crescente

Série **Matemática na Escola**

Objetivos

1. Introduzir o conceito de juros;
2. Analisar, intuitivamente, a convergência da seqüência de números da forma

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$$

ao número de Euler *e*.

ATENÇÃO Este Guia do Professor serve apenas como apoio ao vídeo ao qual este documento se refere e não pretende esgotar o assunto do ponto de vista matemático ou pedagógico.

UNICAMP

FNDE FUNDO NACIONAL DE DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO

Secretaria de Educação a Distância

Ministério da Ciência e Tecnologia

Ministério da Educação

BRASIL UM PAÍS DE TODOS GOVERNO FEDERAL

Juros Divididos, Dívida Crescente

Série
Matemática na Escola

Conteúdos
Juros, funções exponenciais, convergência de seqüências numéricas.

Duração
Aprox. 10 minutos.

Objetivos
1. Introduzir o conceito de juros;
2. Analisar, intuitivamente, a convergência da seqüência de números da forma $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ ao número de Euler *e*.

Sinopse
O Zé Henrique deseja montar seu próprio estúdio musical, mas não tem dinheiro para isso. Preocupada com a situação do filho, dona Zoraide, sua mãe, sugere-lhe que faça um empréstimo para montar seu negócio, explicando ao filho os pormenores da transação.

Material relacionado
Áudios: *O que é exponencial?;*
Softwares: *Como comprar sua moto;*
Vídeos: *Huguinho e Zezinho, .*

Introdução

Sobre a série

A série Matemática na Escola aborda o conteúdo de matemática do ensino médio através de situações, ficções e contextualizações. Os programas desta série usualmente são informativos e introdutórios de um assunto a ser estudado em sala de aula pelo professor. Os programas são ricos em representações gráficas para dar suporte ao conteúdo mais matemático e pequenos documentários trazem informações interdisciplinares.

Sobre o programa

Neste vídeo, os conceitos de juros e juros compostos são apresentados sob um ângulo bastante realista. Na ficção, dona Zoraide sugere ao filho, Zé Henrique, que faça um empréstimo para montar seu negócio. Este, que não entende bem como um financiamento funciona, questiona-se de que maneira poderia pagar menos juro nesta operação.

Correção Professor, durante a exibição do vídeo, quando Zé Henrique estiver ponderando sobre o efeito da taxa de juros para diferentes períodos, alerte sua turma para o fato de que a taxa de *25%* corresponde a *um trimestre* e não a um semestre, como é mostrado no vídeo.

Juro é toda quantia recebida por ceder, ou paga por tomar emprestado, um ou mais bens, tais como dinheiro, ações ou maquinário, sendo proporcional ao valor financeiro destes segundo uma dependência temporal. Os bens tomados ou emprestados são denominados *capital* e a soma do juro ao capital, *montante*. Como é calculado a cada período, o juro pode ser tomado sempre sobre o valor do capital ou sempre sobre o montante do período precedente. Neste último caso, dizemos que a cobrança se dá através de juros compostos. Costumamos nos referir ao juro sobre um capital por sua taxa de juros, isto é, pela taxa a ser aplicada sobre o capital para se calcular o juro.

Quando um capital é emprestado, deve-se devolvê-lo ao emprestador, somando-se a ele — ou seu valor financeiro equivalente — o juro devido pelo período em que ele esteve em sua posse. Na maioria das vezes, este montante é devolvido por meio do pagamento de quantias de dinheiro, denominadas parcelas, em datas previamente estabelecidas e que costumam ser períodicas. Em cada uma destas parcelas pode estar embutida uma fração do juro devido, sendo a diferença entre o valor da parcela e esta fração a amortização da dívida. É através do pagamento de amortizações que reduz-se o saldo devedor a zero. Um processo de pagamento como este é conhecido como sistema de amortização. Existem muitos deles, sendo o SAC e o Price os mais comuns aos brasileiros. O primeiro deles é comumente utilizado para financiar imóveis e apresenta parcelas decrescentes. É o sistema de amortização admitido pela Caixa Econômica Federal em seus financiamentos imobiliários. Já o Price tem como principal característica o valor constante de suas parcelas, sendo largamente empregado em financiamentos de curto prazo, uma vez que estes não precisam ser corrigidos monetariamente. Neste último sistema, há cobrança de juros compostos, os quais são embutidos no valor de cada parcela, que, por sua vez, é determinada pela fórmula

$$P = C(1+i)^n i \, / \, ((1+i)^n - 1),$$

onde P representa o valor da parcela, C o capital envolvido e n o prazo para quitar o financiamento, em unidades de período compatíveis com o período da taxa de juros i. Chega-se a esta fórmula observando-se que o capital C, após sofrer n reajustes consecutivos pela taxa i, é $C(1+i)^n$, e isto deveria ser igual a soma de todas as parcelas reajustadas pela taxa i segundo o tempo que lhes falta até o final do financiamento, ou seja,

$$P(1+i)^{(n-1)} + P(1+i)^{(n-2)} + \ldots + P(1+i) + P,$$

onde esta última é a soma de uma progressão geométrica finita.

Sugestões de atividades

Antes da execução

Professor, antes de exibir este vídeo aos seus alunos, converse breve e informalmente com eles sobre os tópicos aqui apresentados, sempre procurando despertar a curiosidade matemática em cada um deles. Ela é imprescindível para o bom aproveitamento deste material. Uma boa maneira de se fazer isso é questionando-os acerca de que maneira comprariam um item de interesse pessoal, digamos um celular novo, se lhes fossem dados duas ou mais opções para o prazo de pagamento e estas envolvessem taxas de juros diferentes.

Depois da execução

Professor, encerrada a exibição, procure esclarecer todas as possíveis dúvidas de seus alunos, aproveitando-se, também, para indagá-los a respeito do vídeo. Então proponha as seus alunos alguns exercícios e problemas como o seguinte:

Problema: Aninha foi com sua mãe a uma loja de eletroeletrônicos comprar um celular novo. O aparelho custava *R$600,00* e a mãe de Aninha não dispunha deste dinheiro naquele momento para comprá-lo à vista. Como Aninha queria muito aquele celular e Aninha é uma menina muito boazinha, que estuda direitinho e não dá trabalho a seus professores, sua mãe resolveu presenteá-la com o aparelho, parcelando seu valor em *12* vezes iguais de *R$56,74* no crediário da loja. Acontece que, após quatro meses, a mãe de Aninha recebeu muitas encomendas de salgadinhos para festa, pois é uma excelente salgadeira, e com isso ganhou dinheiro suficiente para pagar o restante do valor do celular, o que ela resolveu fazer prontamente. Assim, dirigiu-se ao gerente da loja onde comprou o aparelho e disse-lhe que queria quitar sua dívida, ao que este respondeu que, para isso, bastaria que ela pagasse as prestações faltantes. Entretanto, Aninha, que novamente acompanhava sua mãe, desconfiou da conversa do gerente, pois prestou atenção nesta aula e rapidamente montou uma tabela com os valores das parcelas, juros, amortizações e saldo devedor até aquele presente momento. O que Aninha concluiu?

Solução: Como o financiamento é realizado por meio do pagamengto de parcelas iguais, estamos trabalhando com o sistema de amortização Price. A taxa de juros *i* envolvida é de *2%* a.m., pois

$$(1+i)^{12} \times 600 = 12 \times 56{,}74.$$

Como cada parcela *P* vale *R$56,74* e a amortização A_n no *n*–ésimo período é

$$A_n = P - J_n,$$

onde J_n também indica o juro do *n*–ésimo período, vemos que uma tabela como a da Aninha para este financiamento é a seguinte:

Mês	Parcela (R$)	Juro (R$)	Amortização (R$)	Saldo devedor (R$)
0				600,00
1	56,74	12,00	44,74	555,26
2	56,74	11,11	45,63	509,63
3	56,74	10,19	46,54	463,09
4	56,74	9,26	47,47	415,62
5	56,74	8,31	48,42	367,19
6	56,74	7,34	49,39	317,80
7	56,74	6,36	50,38	267,42
8	56,74	5,35	51,39	216,03
9	56,74	4,32	52,42	163,62
10	56,74	3,27	53,46	110,16
11	56,74	2,20	54,53	55,62
12	56,74	1,11	55,62	0,00

Tabela 1. Informações sobre o financiamento da mãe de Aninha.

Portanto, ao invés da mãe de Aninha pagar mais oito prestações de *R$56,74*, ou seja, *R$453,92*, para encerrar o crediário do celular, o correto é que ela pague *R$415,62* por isso, pois este é seu saldo devedor no final do quarto mês. Logo, Aninha deve ter concluído que o gerente encontrava-se equivocado, provavelmente por não ter estudado matemática com seriedade quando criança.

Professor, agora seus alunos já devem estar suficientemente entretidos para prestarem atenção à demonstração do cálculo da parcela em um sistema de amortização Price. É interessante que eles a conheçam, pois nela é exibida uma aplicação prática e moderna de progressões geométricas. Por fim, desafie-os a encontrarem uma fórmula para o valor da parcela em um sistema de amortização Price no qual há o pagamento de uma entrada de mesmo valor da parcela, dando-lhes conselhos quando necessário. Caso algum aluno tenha conseguido resolver este desafio, peça-lhe que vá a lousa e mostre seu raciocínio. Do contrário, forneça você mesmo a solução, que é

$$P = C(1+i)^{(n-1)}i \,/\, ((1+i)^{n}-1)$$

e pode ser obtida da mesma forma que no caso anterior, apenas notando-se que, agora, o capital é reajustado somente $n-1$ vezes pela taxa i.

Sugestões de leitura

Abelardo L. Puccini (2009). Matemática Financeira: Objetiva e Aplicada. Editora Saraiva.
Hamilton L. Guidorizzi (2001). Um Curso de Cálculo, Vol. I. LTC Editora.

Ficha técnica

Autor *Douglas Mendes*
Revisor *Samuel Rocha de Oliveira*
Coordenador de audiovisual *Prof. Dr. José Eduardo Ribeiro de Paiva*
Coordenador acadêmico *Prof. Dr. Samuel Rocha de Oliveira*

Universidade Estadual de Campinas
Reitor *Fernando Ferreira Costa*
Vice-reitor *Edgar Salvadori de Decca*

Pró-Reitor de Pós-Graduação *Euclides de Mesquita Neto*

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica
Diretor *Jayme Vaz Jr.*
Vice-diretor *Edmundo Capelas de Oliveira*