



Matemática
Multimídia

Números
e funções



Guia do Professor



Vídeo

A Incrível Piritipoca da Serra

Série Matemática na Escola

Objetivos

1. Introduzir os princípios básicos de economia;
2. Apresentar o que é modelagem matemática;
3. Modelar matematicamente um problema de cunho econômico.

ATENÇÃO Este Guia do Professor serve apenas como apoio ao vídeo ao qual este documento se refere e não pretende esgotar o assunto do ponto de vista matemático ou pedagógico.

LICENÇA Esta obra está licenciada sob uma licença Creative Commons 



UNICAMP

A Incrível Piritipoca da Serra

Série

Matemática na Escola

Conteúdos

Princípios básicos de economia e modelagem matemática.

Duração

Aprox. 10 minutos.

Objetivos

1. Introduzir os princípios básicos de economia;
2. Apresentar o que é modelagem matemática;
3. Modelar matematicamente um problema de cunho econômico.

Sinopse

A Luíza mudou-se com seus pais para uma cidadezinha de interior. Lá chegando, estranha o comércio local, no qual as pessoas não utilizam dinheiro para comprar ou vender suas mercadorias ou serviços. Intrigada com a situação, ela passa a escrever cartas ao seu amigo da cidade grande, Alcides, que tenta explicar-lhe o que está acontecendo.

Material relacionado

Softwares: *Como comprar a minha moto;*

Vídeos: *Juros divididos, dívida crescente.*

Introdução

Sobre a série

A série Matemática na Escola aborda o conteúdo de matemática do ensino médio através de situações, ficções e contextualizações. Os programas desta série usualmente são informativos e introdutórios de um assunto a ser estudado em sala de aula pelo professor. Os programas são ricos em representações gráficas para dar suporte ao conteúdo mais matemático e pequenos documentários trazem informações interdisciplinares.

Sobre o programa

Este vídeo apresenta ao aluno alguns conceitos monetários bastante básicos, enquanto relaciona-os com matemática. Nesta ficção, a personagem Luíza muda-se para uma cidadezinha de interior, onde o comércio é baseado na troca de produtos ou serviços. Por sempre ter morado na cidade grande, não compreende direito como tudo aquilo funciona e, assim, começa a questionar seu amigo mais velho Alcides, escrevendo-lhe cartas nas quais contrapõe os costumes locais àqueles de cidades grandes.

Hoje em dia, quando nos dirigimos até uma loja para comprar algum produto, contamos com diversas formas de pagamento, que variam do simples e popular crediário ao impiedoso cartão de crédito. Se bem empregadas, estas formas de pagamento permitem ao trabalhador brasileiro ter acesso a bens outrora apenas desejados, mas podem se tornar uma fonte de grande dor-de-cabeça quando mal utilizadas. Daí a importância de uma educação financeira criteriosa e do entendimento de como a economia funciona.

No passado, as relações comerciais ocorriam pelo escambo, ou seja, através da troca de produtos. Não existia uma idéia de equivalência de



valores, podendo-se, por exemplo, trocar quatro ou cinco sacos de arroz por alguns poucos peixes. Essencialmente, tudo aquilo que era comercializado pelas pessoas era o excedente de suas produções de subsistência. Com o passar do tempo, entretanto, algumas mercadorias passaram a ser mais procuradas do que outras, devido principalmente às suas muitas funcionalidades. Este foi, por exemplo, o caso do gado bovino, que serve até hoje de alimento, meio de transporte e força de trabalho no campo. Desta forma, estas mercadorias começaram a servir como referência de valores para as outras, embora houvesse diversas inconveniências ao empregá-las, tal como a oscilação de seus valores de uma região para outra. Com a descoberta do metal, este rapidamente se tornou o padrão de valor, sendo posteriormente moldado em formatos diversos e comercializado segundo seu peso e grau de pureza. Foi somente no século VII a.C. que surgiram as primeiras moedas, no sentido em que as conhecemos hoje. Estas, por sua vez, acabaram sendo parcialmente substituídas por um equivalente ao papel-moeda durante a Idade Média.



Figura 1. O metal tornou-se rapidamente o padrão de valor.

Ocorre que durante a transição da Idade Média para a Idade Moderna, surgiu na Europa uma nova classe social, a burguesia, majoritariamente constituída de comerciantes que aspiravam à nobreza. Deve-se a esta classe o sistema capitalista, que desde sua

origem conheceu três fases: comercial, industrial e financeiro. A primeira delas desenvolveu-se durante o período das grandes navegações, enquanto a segunda remete-se à Revolução Industrial do século XVIII e a terceira encontra-se ligada a criação de um complexo sistema bancário e ao desenvolvimento de grandes corporações financeiras no século XX. Podemos dizer que as principais características do capitalismo atual são a globalização de bens e serviços e o encurtamento de distâncias. Servindo de alicerce ao capitalismo, está a lei da oferta e da procura, através da qual a precificação de uma mercadoria ocorre sem a intervenção direta do estado, sendo simplesmente regida pelos interesses dos consumidores e produtores.

Devido a esta dependência entre oferta e procura, as curvas correspondentes aos preços de oferta e demanda de uma determinada mercadoria tomam, mais ou menos, as formas abaixo, de onde vê-se que a curva de oferta apresenta inclinação positiva, o que indica que as fábricas produziriam mais a preços mais elevados, e a curva de demanda, inclinação negativa, que mostra que os consumidores comprariam mais a melhores preços.

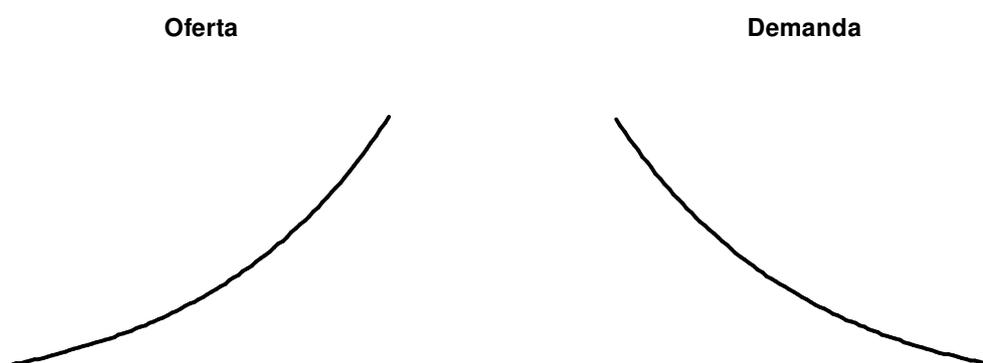


Figura 2. Curvas de oferta e demanda.

Estas curvas são assim obtidas estatisticamente, coletando-se informações junto a população a respeito de suas preferências e condições econômicas. A fim de estudá-las, é conveniente encontrar equações matemáticas adequadas que as aproximem com o menor erro possível, ainda que tal aproximação ocorra apenas em uma pequena região da curva original. Este procedimento, conhecido em

geral como modelagem matemática e, neste caso, aplicado à economia, é um recurso bastante poderoso, que tem sido freqüentemente empregado em muitas outras áreas da atividade humana, algumas das quais a biologia, geologia e química. Por esta razão, sugerimos a você professor que logo mais modele matematicamente um problema de caráter comercial para seus alunos.

Sugestões de atividades

Antes da execução

Professor, anuncie que o vídeo é apenas a introdução de conceitos básicos de economia que trata de dinheiro, do seu valor, se é constante ou se altera com o tempo, se se altera, por qual razão.

Depois da execução

Professor, encerrada a exibição, procure esclarecer todas as possíveis dúvidas de seus alunos. Assim feito, complemente as considerações feitas durante o vídeo a respeito da lei da oferta e da procura, explicando-lhes que a demanda por um determinado produto não depende somente de seu preço, mas ainda da renda familiar e das preferências do consumidor ao qual ele se destina, enquanto a oferta é também influenciada pelo custo da mão-de-obra, dos insumos e pela própria expectativa dos produtores. Esboce então duas curvas de oferta e demanda na lousa, como aquelas da Figura 2, relacionando o que acabou de ser dito ao crescimento ou decréscimo destas. Certifique-se de que seus alunos entenderam como interpretar tais curvas, pois a compreensão de gráficos será uma atividade necessária e bastante corriqueira em qualquer profissão que passem a exercer futuramente. Resolva para eles, então, o seguinte problema:

Problema: Ao preço de R\$ 5,00 cada, o seu Zé da mercearia vende 50 caixas de sabão em pó por semana. Após consultar seus clientes, ele descobriu que poderia vender até 80 delas naquele mesmo período, caso concedesse a eles um desconto de R\$ 0,50 sobre o valor atual do produto. Mas ao invés de um desconto, ele foi forçado a reajustar o sabão em pó em R\$ 0,50, pois assim também o fez seu distribuidor. Preocupado com seus negócios e não dispondo de meios para consultar todos os seus clientes novamente, seu Zé tenta agora adivinhar quantas caixas de sabão em pó ele deixará de vender por causa disso. Você é capaz de ajudá-lo a encontrar uma resposta?

Solução: Supondo que a relação entre o preço e a quantidade vendida seja linear, isto é, supondo que possamos modelar a demanda linearmente, devemos encontrar a equação da reta que passa pelos pontos $(5,0, 50)$ e $(4,5, 80)$, que é $y(x)=-60x+350$, e, daí, calcular a diferença $50-y(5,5)$ para encontrar o número de caixas de sabão em pó que deixarão de ser vendidas. Fazendo os cálculos, concluímos que seu Zé deixará de vender 30 caixas de sabão em pó por causa deste reajuste.

Professor, caso ainda não tenha feito, explique agora para seus alunos o que é modelagem matemática, propondo-lhes que tentem resolver este mesmo problema para uma demanda exponencial.

O primeiro passo que se espera é que eles notem o que é a equação de uma curva exponencial $y=ae^{bx}$ que contém os pontos $(5,0; 50)$ e $(4,5; 80)$ desta vez. Contudo, ao contrário do que acabou de ser feito, a mera substituição destes pontos na equação não resulta em um sistema linear, os únicos para os quais seus alunos foram instruídos a resolver analiticamente. Por esta razão, mostre a eles uma maneira de linearizar o problema, aplicando a função logaritmo a ambos os lados de cada igualdade do sistema. O novo sistema assim obtido será então um sistema linear nas variáveis $\ln(a)$ e b , que, uma vez resolvido, deverá fornecer a expressão aproximada $y(x)=5497,56e^{-0,94x}$ para a demanda. Daí resta somente calcular a diferença $50-y(5,5)$, que é aproximadamente 19.

Professor, não permita que seus alunos pensem que este tipo de modelagem é melhor do que o linear, porque com este modelo seu Zé deixou de vender menos caixas de sabão. Argumente que o correto

em uma modelagem é encontrar uma curva que se ajuste ao conjunto de dados fornecidos. Se, por exemplo, a seguinte tabela fosse dada no problema anterior, eles não poderiam procurar por uma curva exponencial que melhor aproximasse seus dados, pois estes estão, predominantemente, em relação linear uns com os outros.

Preço (R\$)	4,50	4,75	5,00	5,25	5,50
Qtd. vendida	80	65	50	35	20

Tabela 1. Um exemplo de conjunto de dados para modelagem.

Para encerrar, desafie-os a encontrar um polinômio de grau quatro $p=p(x)$ que aproxime os seguintes dados:

x	-1	-1/2	0	1/2	1
p(x)	4	15/16	0	-5/16	0

Tabela 2. Dados a serem aproximados pelo polinômio p .

A solução a ser encontrada deve ser $p(x)=x^4-x^3+x^2-x$, obtida pela resolução de um sistema linear. Este tipo de modelagem é denominado de interpolação polinomial.

Sugestões de leitura

G. Iezzi, S. Hazzan e D. Degenszajn (2006). Fundamentos de Matemática Elementar: Matemática Comercial, Matemática Financeira e Estatística Descritiva.

Márcia A. Gomes Ruggiero e Véra L. R. Lopes (1997). Cálculo Numérico: Aspectos Teóricos e Computacionais. Editora Pearson.

Ficha técnica

Autor *Douglas Mendes*

Revisor *Samuel Rocha de Oliveira*

Coordenador de audiovisual *Prof. Dr. José Eduardo Ribeiro de Paiva*

Coordenador acadêmico *Prof. Dr. Samuel Rocha de Oliveira*

Universidade Estadual de Campinas

Reitor *Fernando Ferreira Costa*

Vice-reitor *Edgar Salvadori de Decca*

Pró-Reitor de Pós-Graduação *Euclides de Mesquita Neto*

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica

Diretor *Jayme Vaz Jr.*

Vice-diretor *Edmundo Capelas de Oliveira*

