Matemática Multimídia

Números e funções

Guia do Professor

Vídeo

Hit dos Bits

Série **Matemática na Escola**

Objetivos

1. Apresentar o sistema de numeração binário;
2. Mostrar aplicações de sistemas de numeração diferentes do decimal;

ATENÇÃO Este Guia do Professor serve apenas como apoio ao vídeo ao qual este documento se refere e não pretende esgotar o assunto do ponto de vista matemático ou pedagógico.

UNICAMP

FNDE FUNDO NACIONAL DE DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO

Secretaria de Educação a Distância
Ministério da Ciência e Tecnologia
Ministério da Educação
Governo Federal

Hit dos Bits

Série
Matemática na Escola

Conteúdos
Representação Binária e Hexadecimal.

Duração
Aprox. 10 minutos.

Objetivos
1. Apresentar o sistema de numeração binário;
2. Mostrar aplicações de sistemas de numeração diferentes do decimal.

Sinopse
Após gravar uma música, Janis pergunta a seu produtor, Celsão, se é possível levar em seu pen drive o arquivo com a gravação. A partir daí, Celsão explica como é armazenada a informação contida na música. Para isso, ele fala do sistema binário de numeração e ensina que os computadores atuais trabalham com este sistema para processar e armazenar dados

Material relacionado
Vídeos: *Mágico das arábias;*
Experimentos: *Cartelas Mágicas;*

Introdução

Sobre a série

A série Matemática na Escola aborda o conteúdo de matemática do Ensino Médio através de situações, ficções e contextualizações. Os programas desta série usualmente são informativos e podem ser introdutórios de um assunto a ser estudado em sala de aula ou fechamentos de um tema ou problema desenvolvidos pelo professor. Os programas são ricos em representações gráficas para dar suporte ao conteúdo mais matemático; além disso, pequenos documentários trazem informações interdisciplinares.

Sobre o programa

Após gravar sua música, Janis gostaria de levar para casa o arquivo com a gravação e pergunta a seu produtor, Celsão, se o arquivo caberá em um pendrive com capacidade de 1GB. Celsão diz que o arquivo tem apenas 5MB e explica que apesar de parecer pequeno, ele carrega uma enorme quantidade de informação.

O arquivo está codificado apenas em 1s e 0s, já que os computadores atuais trabalham com linguagem binária para processar e armazenar informações.

Celsão lembra que a linguagem binária é muito parecida com um sistema bem conhecido, o decimal, e explica como ele funciona.

O sistema decimal trabalha com 10 símbolos, os algarismos de 0 a 9. Qualquer número pode ser representado apenas por esses símbolos. Para isso, cada um deles é colocado em uma posição específica que diz em qual casa decimal ele está: unidade, dezena, centena etc. Na Figura 1, vemos o valor que 5 representa quando está na casa das unidades, das dezenas e das centenas.

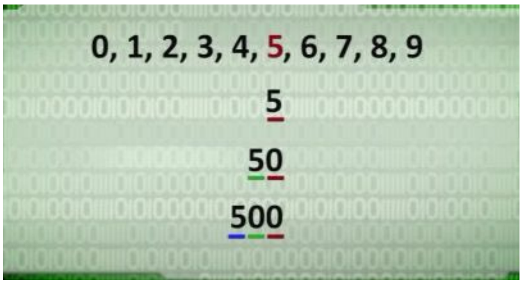

Figura 1: representação do símbolo 5.

Desta forma, um número pode ser decomposto em uma soma de cada símbolo multiplicado pelo valor de sua posição.

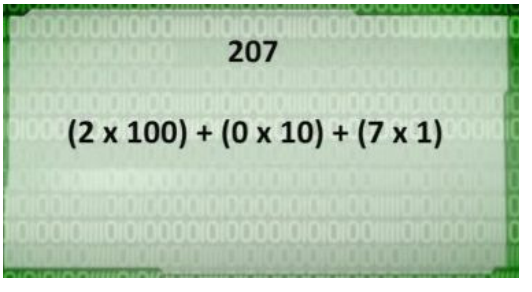

Figura 2: Exemplo.

Podemos ainda decompor os números com o auxílio de potências de base 10, como mostra a Figura 3.

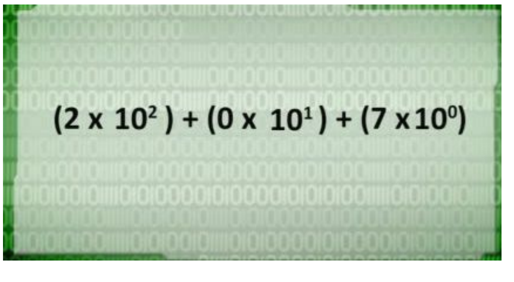

Figura 3: Exemplo.

Veja que o valor das potências está em ordem decrescente, e podemos dizer que o sistema decimal representa os números através dos múltiplos das potências de 10.

Sistema Binário

Em vez de potências de 10, neste sistema os números são representados por múltiplos de potências de 2. Uma diferença é que neste caso estes múltiplos são 0 ou 1. Como no exemplo abaixo.

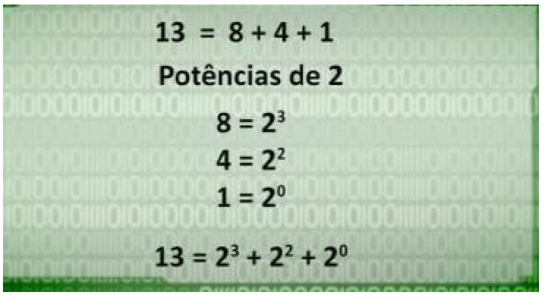

Figura 4: 13 no sistema binário.

Primeiramente o número foi escrito como uma soma de potências de 2, em seguida, decomposto em potências na base 2 com os expoentes correspondentes.

Mas para escrever um número com notação binária, é preciso usar todas as potências possíveis, desde a de maior expoente, e multiplicar cada uma por 0 ou 1. A sequência resultante de 0s e 1s é a representação do número na base binária.

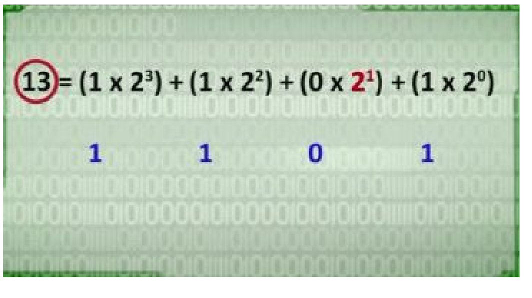

Figura 5: 13 representado na base binária.

Logo, o número que na base decimal é o 13, na base binária se torna 1101.

A figura abaixo mostra a representação de 0 a 9 na base binária.

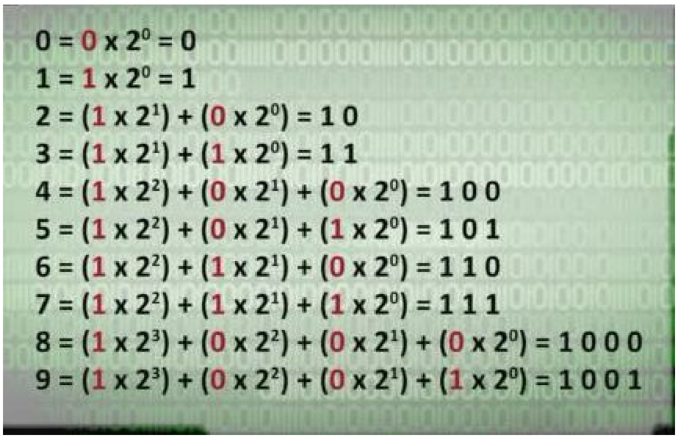

Figura 6: Os números de 0 a 9 na base binária.

Janis percebe que o número 9, que na base decimal é descrito por um dígito apenas, na base binária precisa de quatro. Isto ocorre porque os circuitos elétricos dos computadores reconhecem apenas dois estados, o ligado e o desligado, representados por 1 e 0, respectivamente.

Cada dígito binário representa 1 bit, e como informações mais complexas dispõem de grande quantidade de bits, outras medidas foram criadas, como o byte, o quilo byte e o mega byte. A Figura 7 mostra a relação entre essas medidas.

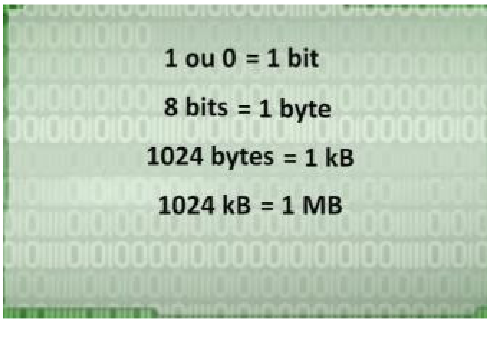

Figura 7: Relação entre as medidas.

A escala cresce em múltiplos de 1024, pois 2^{10}=1024.

Com essas informações, Janis pôde calcular o número de bits que sua música contém.

$$5\ Mb = 5 \times 1024\ kB \times 1024\ bytes \times 8\ bits$$

[u1] Comentário: Essa imagem precisa ser trocada pela versão corrigida.

Figura 8: Cálculo do número de bits na música.

O que resulta em 41.943.040 bits. Isto é,

$$5Mb = 5\ x\ 1024\ x\ 1024\ x\ 8\ bits = 41.943.040\ bits$$

Celsão ainda fala sobre a compressão de arquivos. Estes podem ser armazenados em formatos que os deixam menores por ter uma quantidade menor de informação, ao eliminar repetições de maneira inteligente ou descartar informações menos relevantes, por algum critério. Com isso, o arquivo final vai possuir menos bits. No caso de uma música, a perda de informação acarreta em uma queda na qualidade do som, fazendo, por exemplo, que sons parecidos, mas diferentes, sejam aproximados para o mesmo som. A perda de qualidade com a compressão pode ser vista também em arquivos de imagem, como fotos e vídeos.

Sugestões de atividades

Depois da execução

Para fixar o conteúdo do vídeo, você pode pedir aos alunos que convertam alguns números da base 10 para a base 2 e vice-versa.

Nos dias de hoje, os alunos têm bastante contato com vários tipos de dispositivos de armazenamento de dados, como pendrives, CD-s, DVD-s, e até Blue Ray. Este último com capacidade muito superior aos demais.

Em geral um CD possui capacidade de aproximadamente 700MB. Um DVD comum, de camada única, possui capacidade de 4,7GB, e um dispositivo Blue Ray, também de camada única, chega a ter 27GB de espaço de armazenamento. Peça aos alunos que descubram a quantidade de 0s e 1s que cada dispositivo pode armazenar. Se achar conveniente, peça que eles calculem também para dispositivos pessoais, como telefones celulares e pendrives.

A velocidade de conexão à internet pode ser usada para uma variação deste exercício. Um modem analógico comum possui velocidade máxima de 56Kbps, cinqüenta e seis quilo bits por segundo. Com o uso da banda larga, este valor pode crescer bastante.

Peça aos alunos que verifiquem a diferença de bits que são recebidos por segundo através de uma conexão de banda larga de 1Mb e um modem comum de 56Kbps. Importante lembrar que a velocidade de conexão é dada em função de bits, não de bytes.

Também podemos citar outro sistema muito usado no contexto computacional, o hexadecimal.

Sistema Hexadecimal
Análogo aos anteriores, ele usa potências do número 16 e possui 16 símbolos. Comumente, os símbolos usados para este sistema são {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F}, aproveitando os do sistema decimal e as letras de A a F, que equivalem aos números de 10 a 15. Exemplo:

$$(2AF3)_{16} = 2 \cdot 16^3 + 10 \cdot 16^2 + 15 \cdot 16^1 + 3 \cdot 16^0 = 10995$$

O número 10995, na base hexadecimal é 2AF3, ou $2AF3_{16}$.

Como vimos, um byte possui 8 bits e cada bit pode assumir 2 valores. Portanto, um byte pode assumir 2^8 =256 valores, em notação decimal, de 0 a 255. Como cada dígito hexadecimal representa 4 bits ($16=2^4$), algumas vezes pode ser mais conveniente representar cada byte por 2 dígitos hexadecimais, que variam de 00 a FF.

Em um computador, as cores são normalmente representadas por este sistema, chamado de RGB (que vêm de *Red*, *Green* e *Blue*), através de uma combinação de três informações:

Informação 1 Valor de vermelho

Informação 2 Valor de verde

Informação 3 Valor de azul

As cores são descritas por dígitos hexadecimais, mais precisamente, dois dígitos para cada cor, em um total de

$$16^2 \cdot 16^2 \cdot 16^2 = 256 \cdot 256 \cdot 256 = 16.777.216 \ \textit{combinações}.$$

Alguns exemplos tradicionais:

Azul	0000FF	
Verde	00FF00	
Vermelho	FF0000	
Branco	FFFFFF	
Preto	000000	
Amarelo	FFFF00	
Roxo	993399	
Laranja	FFA500	

Ficha técnica

Autor *Rafael Santos de Oliveira Alves*
Revisão *Leonardo Barichello*
Coordenação de Mídias Audiovisuais *Prof. Dr. Eduardo Paiva*
Coordenador acadêmico *Prof. Dr. Samuel Rocha de Oliveira*

Universidade Estadual de Campinas
Reitor *Fernando Ferreira Costa*
Vice-reitor *Edgar Salvadori de Decca*

Pró-Reitor de Pós-Graduação *Euclides de Mesquita Neto*

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica
Diretor *Jayme Vaz Jr.*
Vice-diretor *Edmundo Capelas de Oliveira*

Matemática Multimídia