

## Guia do Professor



# Vídeo


## As aventuras do Geodetetive 2: Latitude e Longitude

### Série Matemática na Escola

#### Objetivos

1. Explicar como são estabelecidas as coordenadas geográficas, latitude e longitude, usadas na localização de qualquer ponto da superfície da Terra.

**ATENÇÃO** Este Guia do Professor serve apenas como apoio ao vídeo ao qual este documento se refere e não pretende esgotar o assunto do ponto de vista matemático ou pedagógico.

**LICENÇA** Esta obra está licenciada sob uma licença Creative Commons 

# As aventuras do Geodetetive 2: Latitude e Longitude

## **Série**

Matemática na Escola

## **Conteúdos**

Geometria da Terra: latitude e longitude.

## **Duração**

Aprox. 10 minutos.

## **Objetivos**

Explicar como são estabelecidas as coordenadas geográficas, latitude e longitude, usadas na localização de qualquer ponto da superfície da Terra.

## **Sinopse**

### **Sinopse**

Arnaldo é um jovem muito curioso e sempre está a procura de conhecimento. À noite mergulha nos livros, assume uma nova identidade, se transforma no Geodetetive e conta com ajuda de seu assistente Sagan em suas investigações. Certa noite, eles se conectam com o controlador de tráfego aéreo Waldomiro para pedir esclarecimentos sobre como é possível indicar precisamente a posição de um ponto na Terra.

## **Material relacionado**

Vídeos: *As aventuras do Geodetetive 1, 3, 4, 5 e 6; A dança do Sol.*

# Introdução

---

## Sobre a série

---

A série Matemática na Escola aborda o conteúdo de matemática do ensino médio através de situações, ficções e contextualizações. Os programas desta série usualmente são informativos e podem ser introdutórios de um assunto a ser estudado em sala de aula ou fechamentos de um tema ou problema desenvolvidos pelo professor. Os programas são ricos em representações gráficas para dar suporte ao conteúdo mais matemático e pequenos documentários trazem informações interdisciplinares.

## Sobre o programa

---

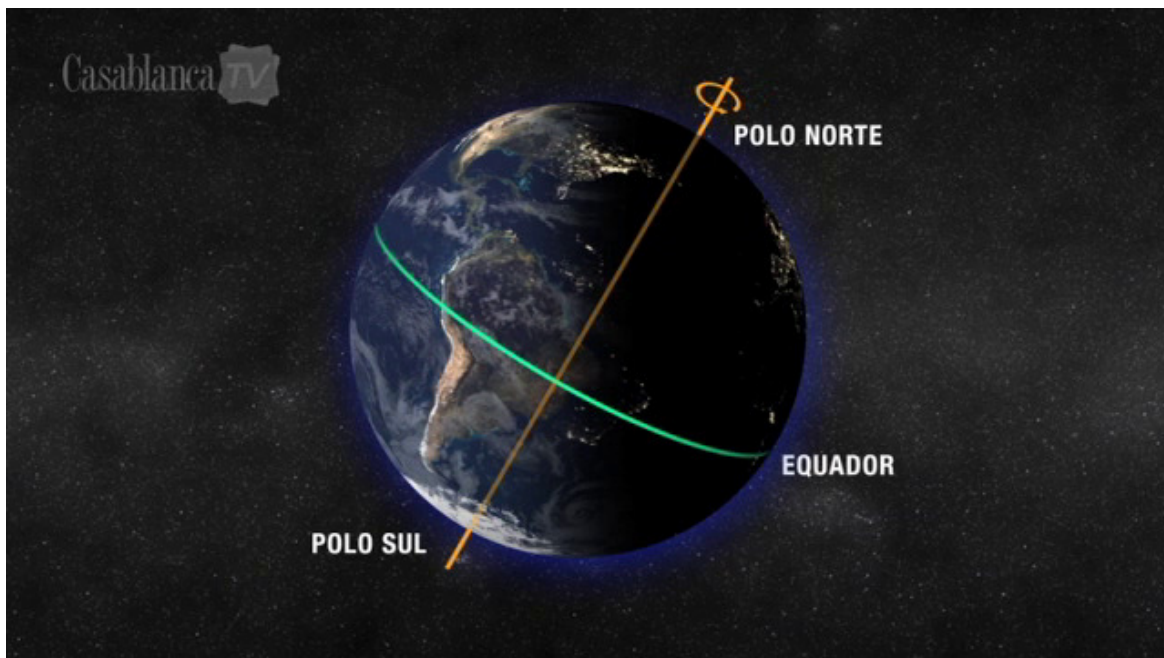
A série Geodetive é formada por seis programas com temas sobre a geometria da Terra e alguns fenômenos naturais relacionados.

Arnaldo, o protagonista dos seis programas, é um jovem muito curioso que sempre está à procura do saber. À noite, mergulha nos livros, contempla as estrelas, assume nova identidade se transformando no Geodetive e conta com a colaboração de seu assistente Sagan em suas investigações.

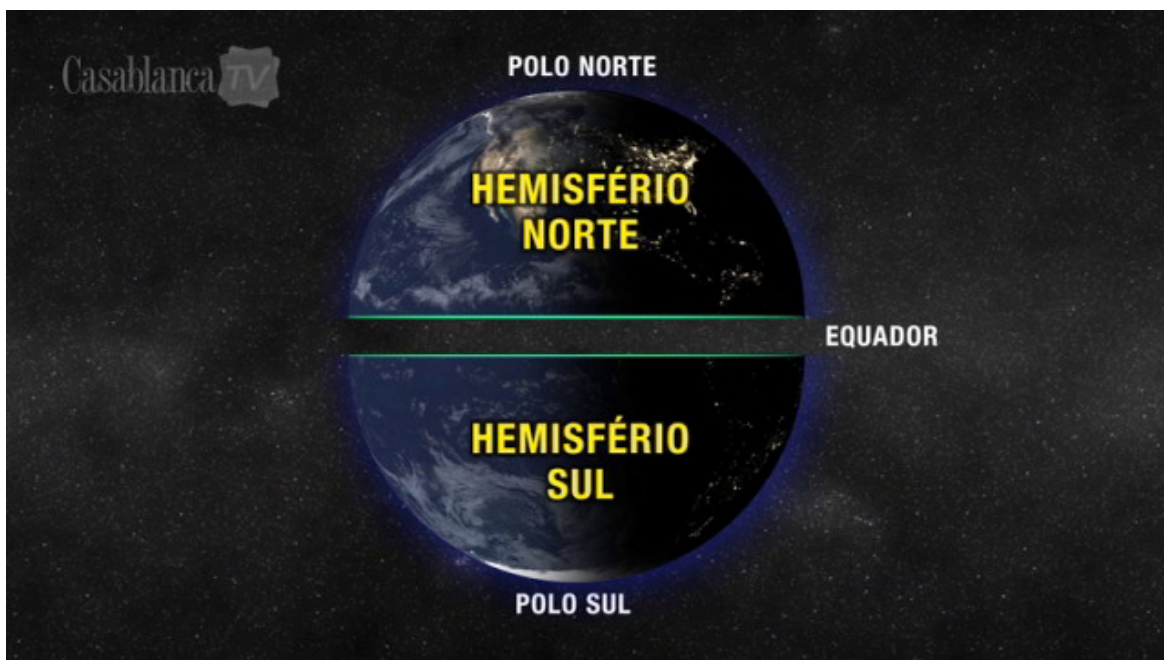
Certa noite, quando está jogando batalha naval com Sagan, o Geodetive se lembra de uma questão interessante que deseja investigar: Como podemos caracterizar, em termos de posição, um determinado ponto, ou seja, local na superfície da Terra?

Seu assistente Sagan localiza o controlador de tráfego aéreo Waldomiro para ajudá-lo a entender como é possível localizar um ponto na Terra a partir de um sistema de coordenadas, ou melhor, coordenadas geográficas: latitude e longitude.

Para isso, são tomadas duas linhas de referência: a linha do Equador e o Meridiano de Greenwich. A linha do Equador é a circunferência máxima da Terra definida pela intersecção do plano do Equador, ou seja, o plano perpendicular ao eixo de rotação da Terra que passa pelo seu centro, e a superfície da Terra.



A linha do Equador divide a Terra em duas partes: o Hemisfério Norte e o Hemisfério Sul.



O Meridiano de Greenwich é a semicircunferência máxima com extremidades nos polos que passa pelo distrito próximo de Londres (Inglaterra) onde fica o Observatório Astronômico de Greenwich. Este Meridiano divide a superfície da Terra em duas partes: ocidental a oeste e oriental a leste, que se encontram na semicircunferência complementar deste.



Geometricamente, o Meridiano de Greenwich pode ser definido pela interseção do semiplano com origem na reta que contém o eixo da Terra passando pelo ponto que representa o distrito de Greenwich e a superfície da Terra.

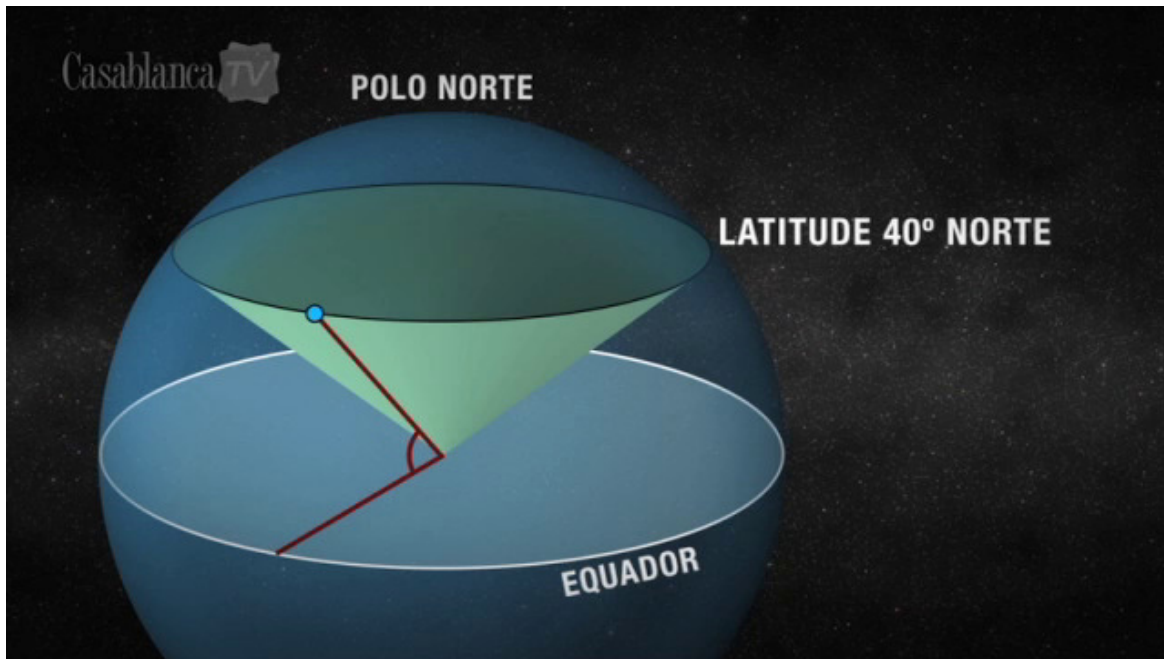
A Linha do Equador e o Meridiano de Greenwich são os referenciais adotados para se localizar um ponto qualquer na superfície da Terra. (Além destes também a altitude em relação ao nível do mar é necessária para a localização mais precisa de uma localidade como será abordado no programa GeoDetetive 6.)

Enquanto a Linha do Equador é um referencial natural (determinado pelo eixo de rotação da Terra), o Meridiano de Greenwich, que foi oficialmente adotado como referencial em 1884, foi uma escolha arbitrária para um “marco zero”, o que de certa forma reflete a situação geopolítica daquela época.

Para indicar um ponto P qualquer da Terra, distinto dos polos, dizemos se está ao norte ou ao sul do equador e se está a leste ou a oeste de Greenwich. Entretanto, precisamos mais informações, ou seja, também precisamos dizer o quanto afastado está do equador e o quanto afastado está do Meridiano de Greenwich.

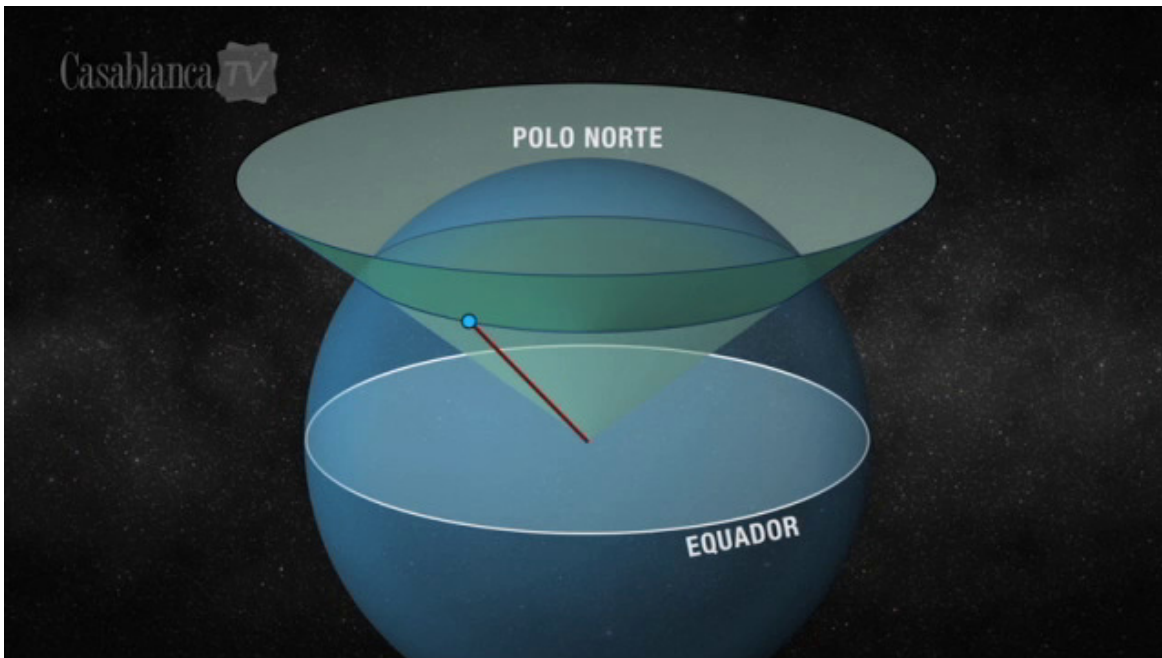
O afastamento do equador é medido pelo ângulo, em graus, que o segmento de extremidades o ponto e o centro da Terra faz com sua

projeção ortogonal no plano do equador. Este número é denominado latitude e ainda especificamos se norte ou sul conforme o hemisfério em que o ponto se localiza. A latitude pode variar portanto de  $0^\circ$  a  $90^\circ$  tanto para o norte quanto para o sul.

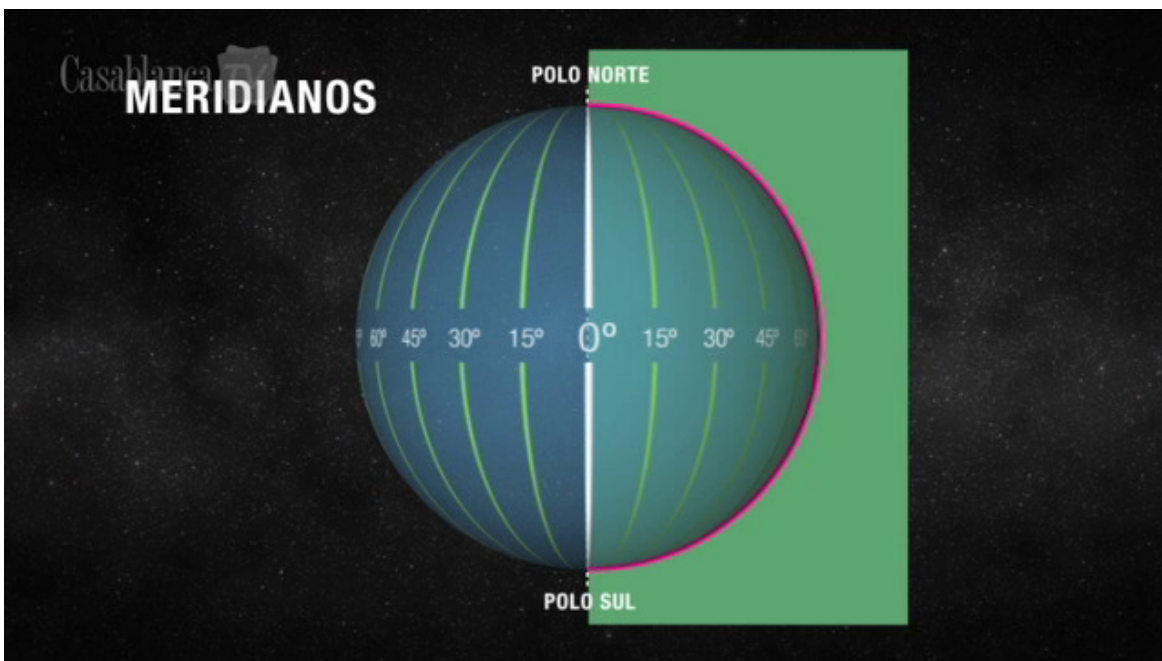


Consideremos o cone gerado pela rotação ao redor do eixo da Terra da semirreta que parte de seu centro e passa por um ponto P. Os pontos da intersecção deste cone com a superfície da Terra formam uma circunferência denominada paralelo e todos os pontos deste paralelo têm a mesma latitude (norte ou sul). O raio desta circunferência será tão menor quanto maior for a latitude norte ou sul. Assim, a linha do equador, que é a circunferência de maior raio possível, é o paralelo de latitude zero. Para latitudes cada vez maiores teremos paralelos com raios cada vez menores até chegarmos num único ponto (latitudes  $90^\circ$  norte ou sul que correspondem aos pólos).

Um interessante exercício envolvendo trigonometria a ser proposto aos alunos que torna precisa a frase acima é proposto na Atividade 1 seção *Após a Execução*



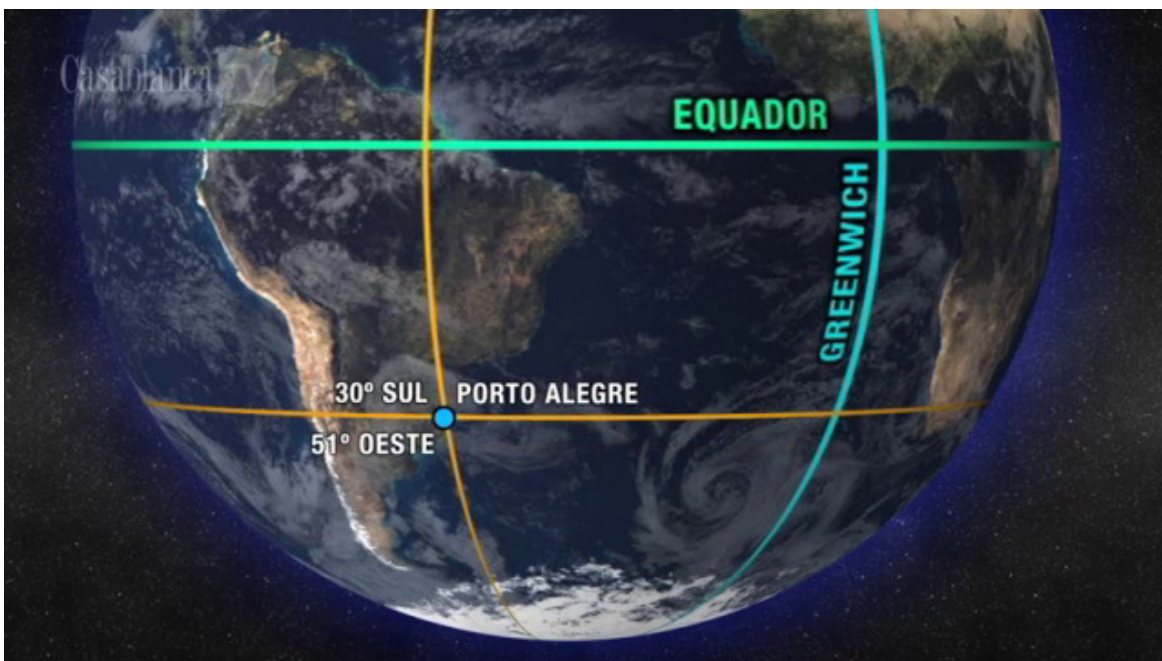
O quanto o ponto dista do Meridiano de Greenwich, isto é, a longitude, é dada pelo ângulo entre o semiplano que determina o Meridiano de Greenwich e o semiplano passando pelo ponto e tendo como origem a semirreta que contém o eixo da Terra.



A Longitude varia de 0o a 180o tanto para leste quanto para oeste a partir do Meridiano de Greenwich.



A cidade do Geodetive, Porto Alegre, está ao sul do equador, distante 30 graus do equador, isto é, a 30 graus de latitude sul e está situada a oeste do meridiano de Greenwich, a 51 graus. Enfim, está a 51 graus de longitude oeste.





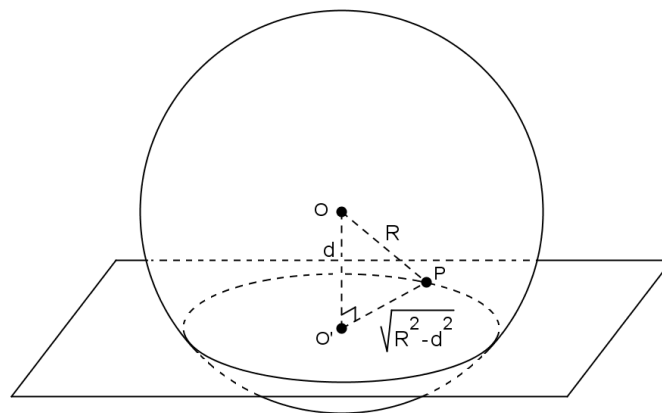
# Sugestões de atividades

---

## Antes da execução

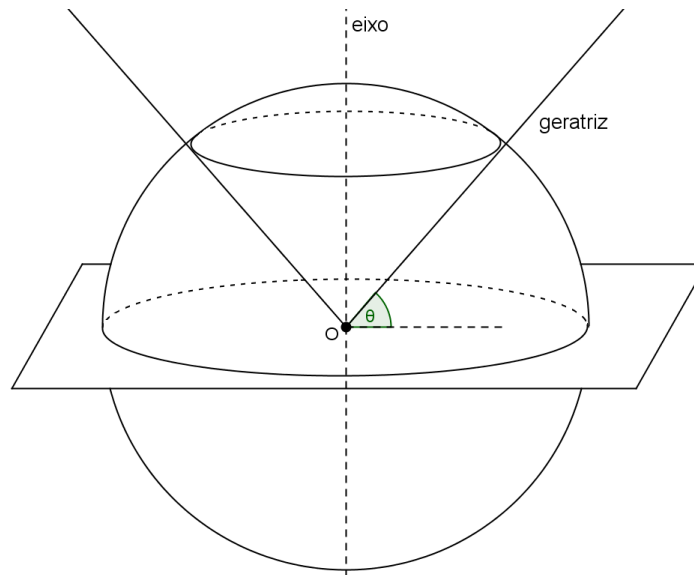
---

1. Explicar por que o comprimento de um arco de circunferência é proporcional ao ângulo determinado por este arco.
2. A interseção de um plano e uma esfera de raio  $R$  é determinada pela distância ( $d$ ) deste plano ao centro  $O$  da esfera: (i) se  $d > R$ , a interseção é vazia; (ii) se  $d = R$ , a interseção é apenas um ponto (neste caso o plano é tangente à esfera); (iii) se  $d < R$ , a interseção é um círculo.
  - (a) Mostre que se  $d < R$  a interseção é um círculo de raio igual a  $\sqrt{R^2 - d^2}$ . (referência: *A Matemática do Ensino Médio* - v. 2, p. 221).



- (b) Qual é o raio do círculo obtido pela interseção da esfera e um plano passando pelo centro  $O$  da esfera? (Estes círculos são chamados de círculos máximos da esfera).
3. Mostre que a interseção de uma esfera de centro  $O$  e raio  $R$  e um cone circular reto com vértice o ponto  $O$  é um círculo. Dê a expressão do raio do círculo em função do ângulo  $\theta$  que uma reta

geratriz<sup>1</sup> do cone faz com o plano passando pelo ponto O e perpendicular ao eixo do cone, como mostra a ilustração.



## Depois da execução

---

### Atividade 1

a) Assumindo que o raio da Terra mede aproximadamente 6.400km, determinar medida do raio do paralelo de latitude  $\theta$  graus norte ou sul.

b) Qual é a medida do raio e da circunferência do paralelo onde você mora?

(Resposta: a) a medida do raio é  $6400 \cdot \cos\theta^\circ$  km).

### Atividade 2

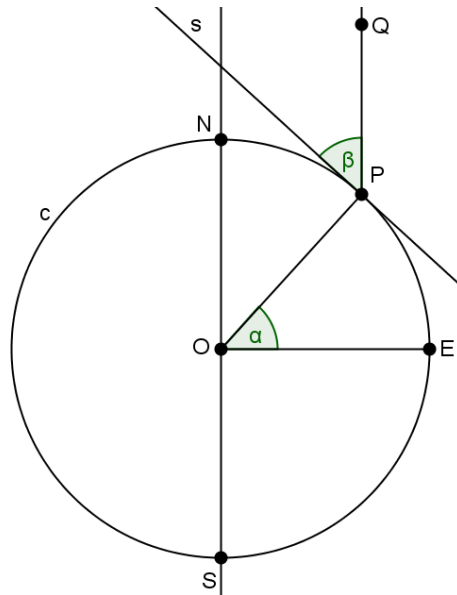
Utilizando um globo terrestre ou por meio de uma pesquisa na internet, dê as coordenadas geográficas da cidade onde você mora e as coordenadas geográficas de Brasília. Faça um desenho representando um globo terrestre marcando o Meridiano de Greenwich, o Equador, os respectivos paralelos e meridianos das duas cidades e marcando pontos nos locais das cidades.

---

<sup>1</sup> Para um dado cone, uma reta que o gera ao ser girada em torno de seu eixo é chamada reta geratriz do cone.

### Atividade 3

- a) Considere uma circunferência  $c$  de centro  $O$ ,  $P$  um ponto em  $c$  e uma reta passando pelo ponto  $O$  tendo interseções  $N$  e  $S$  com  $c$ . Além disso, seja o segmento  $OE$  perpendicular à reta,  $PQ$  uma semirreta paralela à reta  $NS$ , no sentido de  $S$  para  $N$ , e  $s$  a tangente à circunferência no ponto  $P$ , como mostra a ilustração.



Mostre que as medidas dos ângulos  $\alpha$  e  $\beta$ , mostrados na ilustração, são iguais.

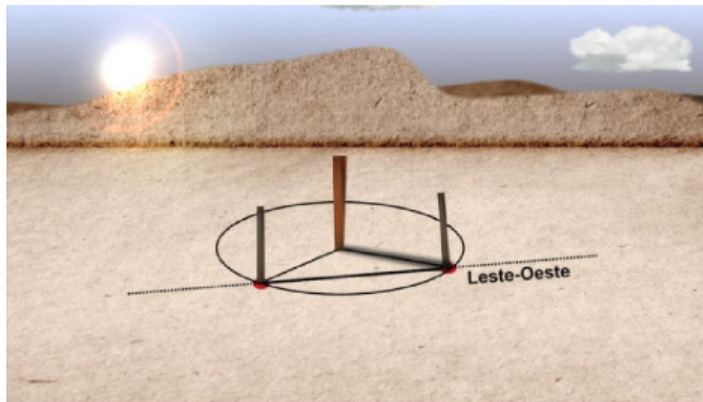
- b) Sejam  $c$  representando uma circunferência máxima da Terra passando pelos polos norte (N) e Sul (S), E a interseção desta circunferência com o Equador e P a posição de um observador. Para um observador no hemisfério norte, por exemplo, em P, a Estrela Polar é visível à noite e está na direção da semirreta PQ. Podemos considerar que o ponto Q representa a posição da Estrela Polar. Assim, se o observador localizar a Estrela Polar (ou Polaris) e se virar para ela, a direção à sua frente é a direção norte. Além disso, se ele medir o ângulo ( $\beta$ ) que o segmento imaginário dele até a Estrela, ou seja, o segmento PQ, forma com a linha do horizonte ( $s$ ), saberá a medida do ângulo  $\alpha$ . Com este procedimento, qual a coordenada geográfica que o observador, no hemisfério norte, pode descobrir? Ou seja, a medida do ângulo  $\alpha$  é o valor de qual coordenada geográfica?

Observação: a Estrela Polaris só pode ser vista no hemisfério norte, assim, o procedimento descrito acima não funciona no hemisfério sul.

#### Atividade 4

O procedimento do exercício anterior requer a determinação da direção norte a partir de um ponto qualquer da Terra. Como comentado acima não é possível para nós no hemisfério sul sabê-la observando a Estrela Polaris, mas você pode determinar experimentalmente o norte estando em qualquer localidade observando a variação da sombra de uma vareta ao longo de um dia.

a) A direção geográfica Leste-Oeste pode ser obtida a partir da observação da sombra de uma vareta colocada verticalmente em relação ao solo. Marcando duas posições de manhã e à tarde onde as sombras têm o mesmo comprimento, a direção obtida ligando-se as extremidades destas sombras é Leste-Oeste e a perpendicular a esta é a direção Norte-Sul. (Este assunto é abordado no vídeo “A dança do sol” do Projeto M3)



*Método para determinar a direção Leste-Oeste*

(b) Depois de determinar a direção norte, use o procedimento sugerido na atividade anterior para determinar a latitude de onde você mora. (certamente você pode conferir o valor que encontrou com dados do IBGE)

(c) No dia 21 de março (equinócio de outono), o sol incide perpendicularmente ao equador no meio dia solar. Você também pode determinar a latitude de sua cidade neste dia apenas observando a sombra de uma vareta ao meio dia. Como?

---

## Sugestões de leitura

---

ALMEIDA Jr, Rogério Vaz, HURRELMANN, Jonas, POLTHIER, Konrad, BORTOLOSSI, Humberto José. *Latitude e Longitude: Representando Pontos na Superfície da Terra*. Atividade disponível em [www.professores.uff.br/hjbortol/arquivo/2006.1/applets/earth\\_br.html](http://www.professores.uff.br/hjbortol/arquivo/2006.1/applets/earth_br.html) (acessado em 12/04/2011).

ALVES, Sérgio. *A Geometria do Globo Terrestre*. Apostila 6. OBMEP, 2009. (disponível em [www.obmep.org.br/prog\\_ic\\_2008/apostila2008.html](http://www.obmep.org.br/prog_ic_2008/apostila2008.html) - acessado em 04/04/2011.)

EVES, Howard. *Introdução à História da Matemática*. 4ª. ed. Campinas: Editora da Unicamp, 2004.

LIMA, Elon Lages, CARVALHO, PAULO C. P., WAGNER, Eduardo, MORGADO, Augusto C.. *A Matemática do Ensino Médio*. Vol. 2. Coleção do Professor de Matemática, 3ª edição, Coleção do Professor de Matemática. Rio de Janeiro: SBM, 2000.

LIMA, Elon Lages. *Medida e Forma em Geometria*. Coleção do Professor de Matemática. Rio de Janeiro: SBM, 1991.

---

## Ficha técnica

---

Autoras: *Claudina Izepe Rodrigues e Sueli I. R. Costa*

Revisor: *Roberto Limberger*

Coordenador de audiovisual *Prof. Dr. José Eduardo Ribeiro de Paiva*

Coordenador acadêmico: *Samuel Rocha de Oliveira*

### **Universidade Estadual de Campinas**

Reitor *Fernando Ferreira Costa*

Vice-reitor *Edgar Salvadori de Decca*

Pró-Reitor de Pós-Graduação *Euclides de Mesquita Neto*

### **Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica**

Diretor *Caio José Colletti Negreiros*

Vice-diretor *Verónica Andrea González-López*