Matemática Multimídia

Números e funções

Guia do Professor

Vídeo

Embalagens

Série **Matemática na Escola**

Objetivos

1. Introduzir os conceitos de polinômios e funções polinomiais através de uma situação-problema;
2. Aplicar o conceito de polinômios na resolução de um problema do cotidiano.

UNICAMP

FNDE FUNDO NACIONAL DE DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO

Secretaria de Educação a Distância | Ministério da Ciência e Tecnologia | Ministério da Educação | Governo Federal

Embalagens

Série
Matemática na Escola

Conteúdos
Polinômio e funções polinomiais.

Duração
Aprox. 10 minutos.

Objetivos
1. Introduzir os conceitos de polinômios e funções polinomiais através de uma situação-problema;
2. Aplicar o conceito de polinômios na resolução de um problema do cotidiano.

Sinopse
Daniela, que inicia o trabalho numa empresa de embalagens para velas, quer orientação para recortar folhas de papelão para montar caixas de embalagem.

Material relacionado
Áudios: *O que é parábola?;*
Experimentos: *Caixa de papel;*
Softwares: *Qual o maior volume do cone?*

Introdução

Sobre a série

A série *Matemática na Escola* aborda o conteúdo de matemática do Ensino Médio através de situações, ficções e contextualizações. Os programas desta série usualmente são informativos e podem ser introdutórios de um assunto a ser estudado em sala de aula ou fechamentos de um tema ou problema desenvolvidos pelo professor. Os programas são ricos em representações gráficas para dar suporte ao conteúdo mais matemático; além disso, pequenos documentários trazem informações interdisciplinares.

Sobre o programa

No vídeo, a funcionária Daniela pede ajuda para recortar uma folha de papelão para montar caixas em forma de paralelepípedo retângulo para embalar velas de 10 cm de altura de uma comunidade.

A pessoa que vai orientá-la, explica os seguintes passos:

- As folhas de papelão medem 120 cm de comprimento por 60 cm de largura; logo, devem ser recortadas em duas de 60 cm, já que as bases das caixas devem ser quadradas.

- Em cada folha quadrada (60 cm x 60 cm) deve ser recortado um quadrado de 10 cm de lado em cada canto para poder formar as quatro abas que deverão compor a superfície lateral de cada caixa com 10 cm de altura.

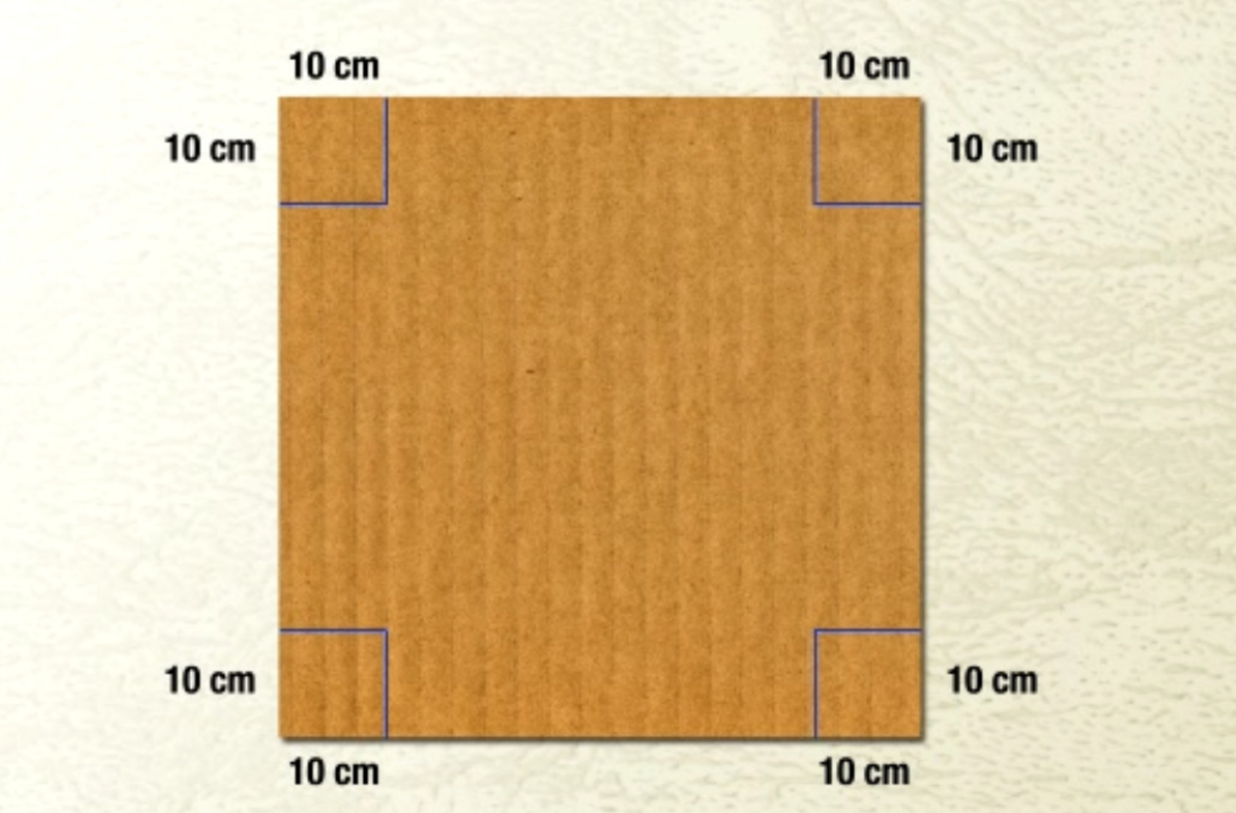


Figura 1: Ilustração para recortar os quadrados dos cantos

- Cada caixa deverá ter 40 cm de aresta da base e 10 cm de altura; e o volume será então $V = (40)^2.10 = 16000\ cm^3$.

- A Orientadora e Daniela analisam a variação de volume em função da variação da medida x dos lados dos quadrados recortados nos quatro cantos. Como a aresta da base da caixa quadrada mede $(60-2x)$ e a altura mede x, obtém-se a fórmula $V = (60-2x)^2.x = 4x^3 - 240x^2 + 3600x$, que é um polinômio de terceiro grau. Elas determinam então o volume da caixa para alguns valores pequenos de x ou próximos de 30 cm, observando que as caixas correspondentes têm volumes menores do que para valores intermediários, e que o volume máximo é obtido com x próximo de 10 cm.

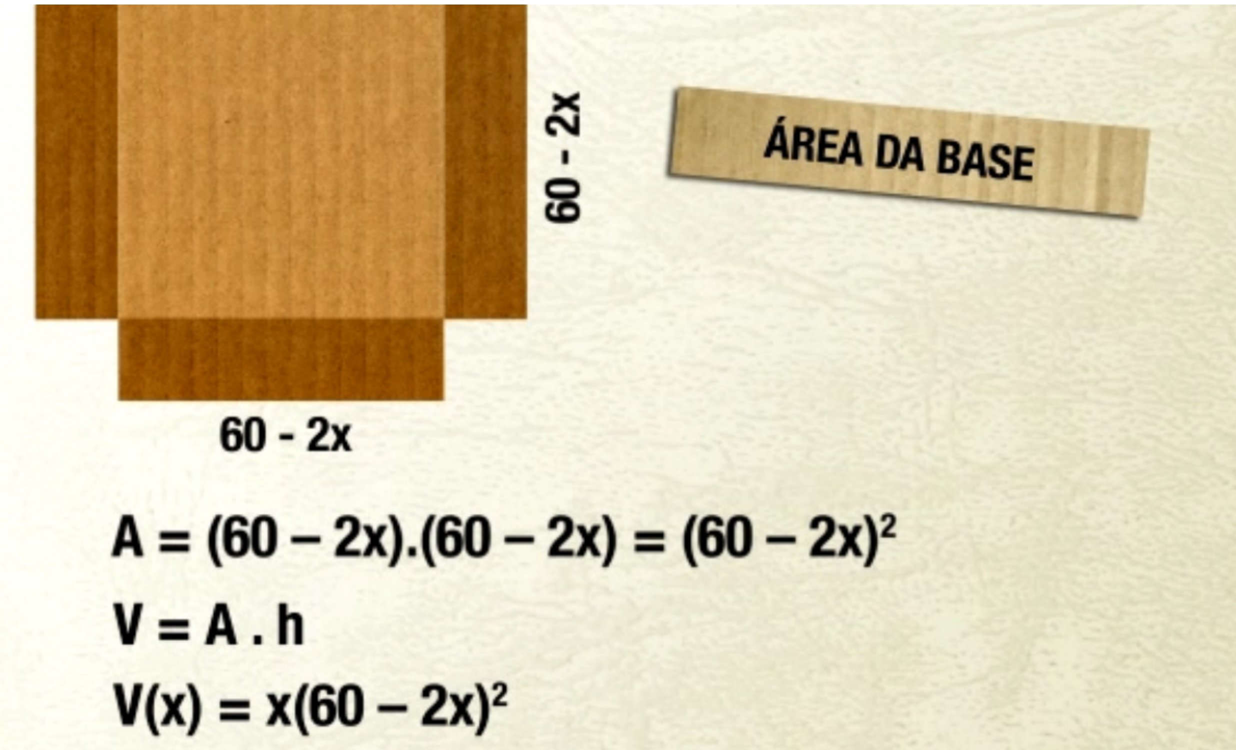


Figura 1: Dedução da fórmula do volume da caixa

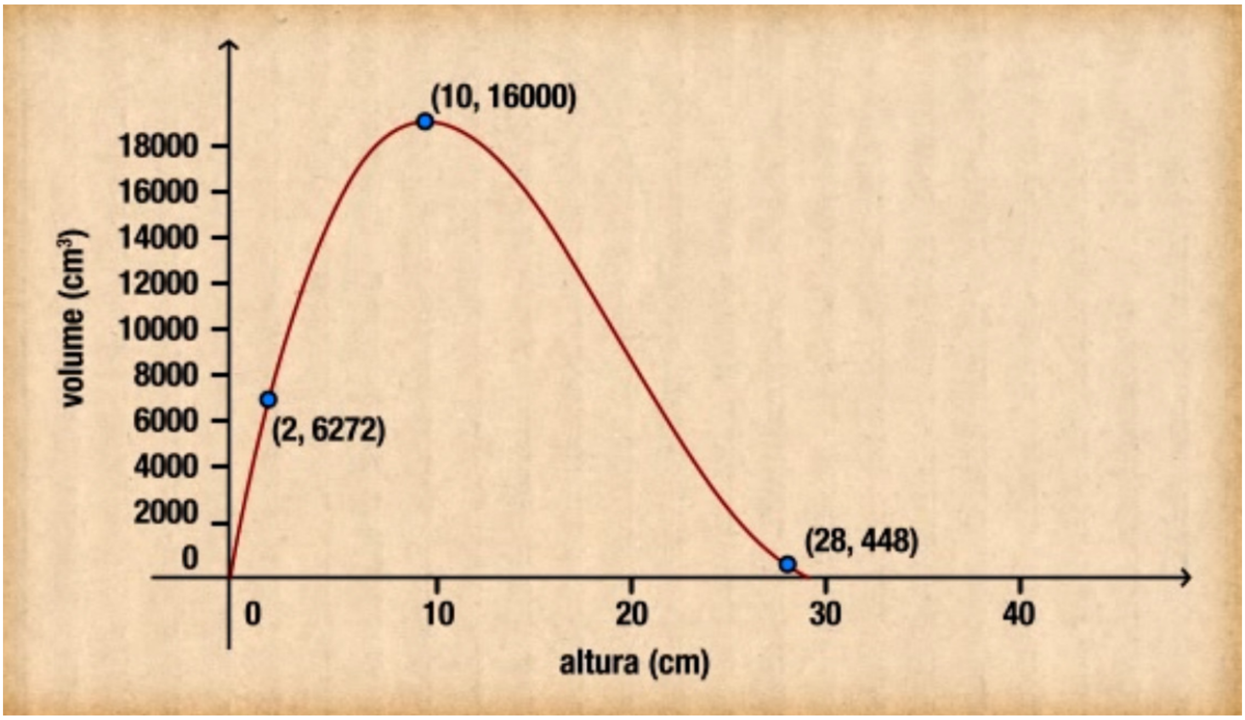


Figura 3: Gráfico do volume da caixa com relação a sua altura

Sugestões de atividades

Antes da execução

Sugerimos a revisão de gráficos da função quadrática e das funções crescente e decrescente.

Depois da execução

Após a execução do vídeo, o professor poderia iniciar o conteúdo de polinômios dando ênfase às situações-problema que envolvam esse conceito.

Nomenclatura
Polinômio é uma soma algébrica de monômios. Monômio é um elemento em um conjunto (ou corpo) que pode ser o resultado de um produto.

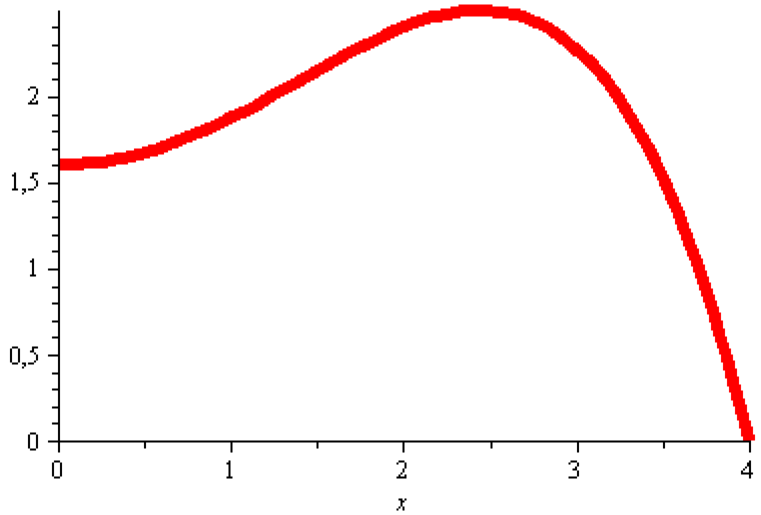
Definição
Dado o conjunto $\{a_0, a_1, a_2, ..., a_n\} \subset \mathbb{C}$ e uma variável $x \in \mathbb{C}$, denominamos por *função polinomial* ou apenas *polinômio* a função $p : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ definida por $p(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + ... + a_n x^n$. Esta definição pode ser devidamente generalizada para considerar matrizes e outros objetos algébricos.

O professor pode então dar alguns exemplos simples e mostrar seus respectivos gráficos. Os exemplos abaixo são aplicações interessantes que usam polinômios.

Exemplo 1: Os glóbulos vermelhos do sangue humano têm a forma geométrica descrita matematicamente como a figura obtida pela reflexão em relação ao eixo x, e rotação, em torno do eixo *y*, do gráfico da função polinomial

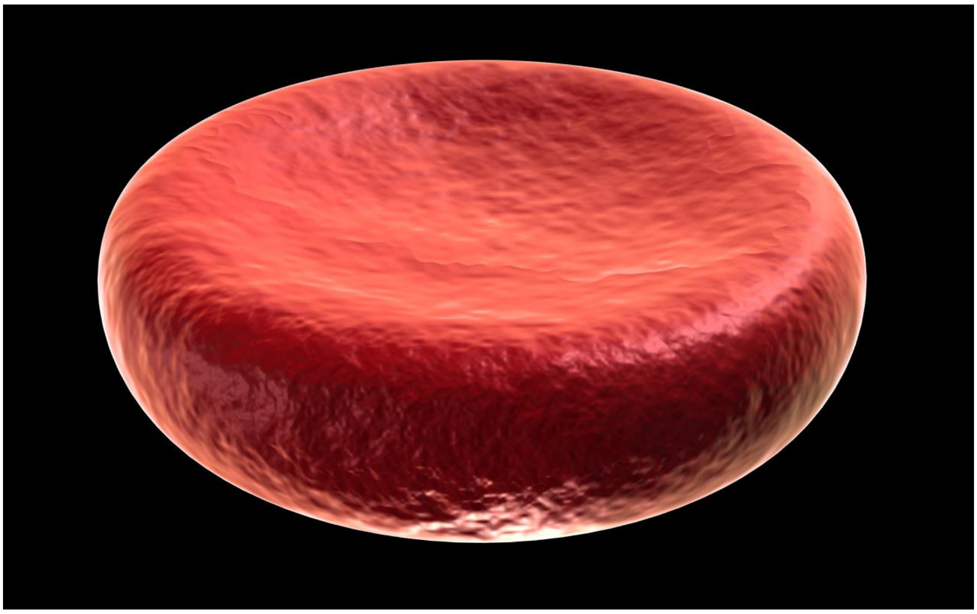
$$f(x) = -\frac{1}{40}\left(x^2 - 16\right)\left(x^2 + 2\right) = -\frac{1}{40}x^4 + \frac{3}{10}x^2 + \frac{8}{5}$$

para $0 \le x \le 4$. Observe que há duas maneiras equivalentes de escrever esta função polinomial: uma feita pela decomposição em fatores nos quais as quatro raízes deste polinômio são evidenciadas e a outra pela soma de monômios como na definição.



O gráfico desta função, considerando o domínio $0 \le x \le 4$, é mostrado ao lado. O raio de uma hemácia é da ordem de 4 μm (micrômetro = 10^{-6} m) e não por acaso *f*(4)=0. A espessura da hemácia é da ordem de 2 μm e, por isso, a função tem valores que começam em torno de 1,6 e vão até o máximo em torno de 2,6.

Veja na imagem abaixo a forma de um glóbulo vermelho.



Exemplo 2: Dois cientistas estavam estudando o comportamento do movimento de duas partículas com relação a sua produção de energia *E*(N.m) durante um espaço percorrido. Eles obtiveram aproximações, através de um experimento, que as partículas 1 e 2 são descritas com razoável precisão, respectivamente, pelas equações $E_1(x) = 2x^2 + 1$ e $E_2(x) = x^4 - 2x^2 + 1$. Compare a produção de energia das duas partículas no mesmo espaço percorrido.

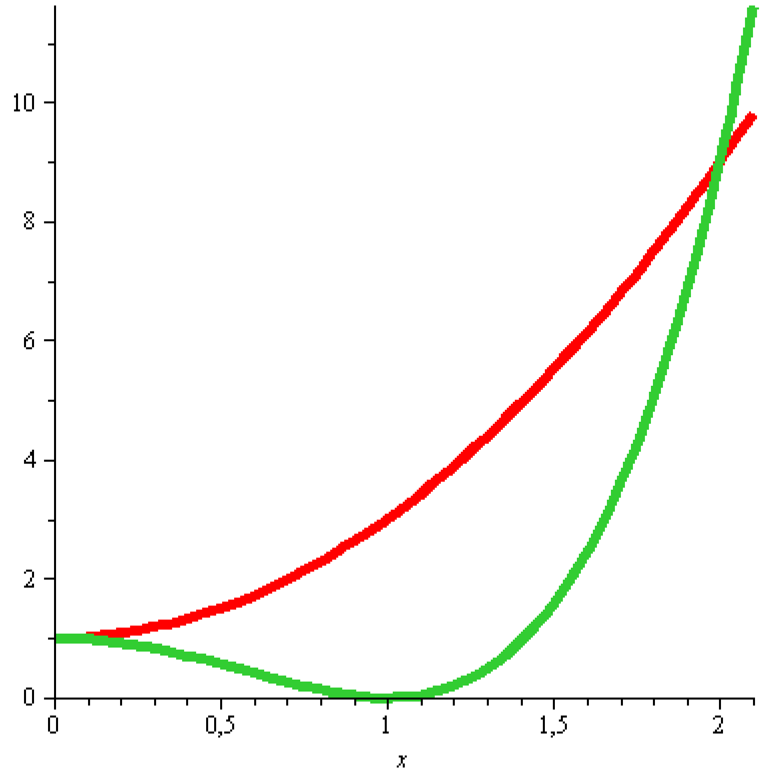
Solução: Pode-se inicialmente analisar o comportamento de cada partícula, construindo uma tabela e estabelecendo valores para determinados espaços de tempos:

Pontos (m)	**E1(x)**	**E2(x)**
0,00	1,000	1,00
0,25	1,125	0,88
0,50	1,500	0,56
1,75	7,125	4,25
1,00	3,000	0,00
1,25	4,125	0,32
1,50	5,500	1,56
1,75	7,125	4,25
2,00	9,000	9,00
3,00	19,00	64,0
4,00	33,00	225

Conclui-se que:

- para $0 \le x < 2$, a partícula 1 produz mais energia do que a partícula 2,
- para $x = 2$, elas produzem a mesma quantidade de energia, e
- para $x > 2$, a partícula 1 produz menos energia do que a 2.

Esboço do Gráfico com para $0 \le x \le 2{,}1$:



Notemos também que, enquanto a produção de energia da partícula 1 é função crescente em função do espaço percorrido, a da partícula 2 decresce de 0 a 1 metro, para crescer a partir de 1 metro.

Sugestões de leitura

DANTE, L.R., **Matemática - Contexto e Aplicações** - Vol. Único. Editora Ática.

IMENES,L.M.P. e outros – **Matemática Aplicada**, Vol.2. Editora Moderna.

Ficha técnica

Autor *Luiz Antonio Mesquiari*
Revisor *José Plínio de Oliveira Santos*
Coordenação de Mídias Audiovisuais *Prof. Dr. Eduardo Paiva*
Coordenador acadêmico *Prof. Dr. Samuel Rocha de Oliveira*

Universidade Estadual de Campinas
Reitor *Fernando Ferreira Costa*
Vice-reitor *Edgar Salvadori de Decca*
Pró-Reitor de Pós-Graduação *Euclides de Mesquita Neto*

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica
Diretor *Caio José Colletti Negreiros*
Vice-diretor *Verónica Andrea González-López*