



Matemática
Multimídia

Números
e funções



Guia do Professor



Vídeo

E agora, José?

Série Matemática na Escola

Objetivos

1. Apresentar um problema de Matemática Financeira, de juros compostos, que gera uma Progressão geométrica no caso discreto e uma função exponencial no caso contínuo.

ATENÇÃO Este Guia do Professor serve apenas como apoio ao vídeo ao qual este documento se refere e não pretende esgotar o assunto do ponto de vista matemático ou pedagógico.

LICENÇA Esta obra está licenciada sob uma licença Creative Commons 



UNICAMP

E agora, José?

Série

Matemática na Escola

Conteúdo

Progressões geométricas, Função exponencial, Matemática Financeira, Juros.

Duração

Aprox. 10 minutos.

Objetivos

1. Apresentar um problema de Matemática Financeira, de juros compostos, que gera uma Progressão geométrica no caso discreto e uma função exponencial no caso contínuo.

Sinopse

José acaba de ser pai e quer guardar dinheiro para o seu filho fazer uma faculdade quando ficar moço. Então, liga para o gerente do banco, Mauro, que o ajuda a fazer uma boa escolha de investimento que rende por juros compostos.

Material relacionado

Vídeos: *O Sonho*, *Juros divididos*, *dívida crescente*;
Softwares: *Como comprar uma moto*.

Introdução

Sobre a série

A série *Matemática na Escola* aborda o conteúdo de matemática do Ensino Médio através de situações, ficções e contextualizações. Os programas desta série usualmente são informativos e podem ser introdutórios de um assunto a ser estudado em sala de aula ou fechamentos de um tema ou problema desenvolvidos pelo professor. Os programas são ricos em representações gráficas para dar suporte ao conteúdo mais matemático; além disso, pequenos documentários trazem informações interdisciplinares.

Sobre o programa

O programa aborda um problema muito interessante sobre juros compostos que pode ajudar o professor a construir exemplos de progressões geométricas, no caso discreto. No caso de composição contínua, o professor terá uma ótima oportunidade de introduzir a constante irracional e transcendental e , assim como a função e^x .

O problema é colocado assim: uma pessoa tem algum dinheiro e quer investí-lo para ganhar juros. Os juros podem ser pagos de muitos modos diferentes. Por exemplo, uma vez por ano, duas vezes por ano, ou muitas vezes. Se os juros forem pagos mais de uma vez por ano e não forem retirados, o investidor tem um benefício, pois juros ganham juros. Este efeito é denominado de *composição*, ou de *juros compostos*. Alguns bancos oferecem juros compostos anualmente, outros trimestralmente, outros mensalmente ou diariamente. Outros oferecem composição *contínua*.

Vejamos exemplos:

- 1) um banco X paga 7,0% de taxa anual, composta *mensalmente*.
- 2) um banco Y paga 6,9% de taxa anual , composta *diariamente*.

No caso de X, temos 12 pagamentos de juros ao ano, cada pagamento será de $0,070/12 = 0,005833$ vezes o crédito corrente. 0,07 é a taxa dita nominal, quer dizer só no nome.

No caso de Y, temos 365 pagamentos de juros em um ano, então cada pagamento será de $0,069/365 = 0,000189$ vezes o crédito corrente.

Assim, se você aplicar R\$100,00, depois de n meses, terá

$C = 100(1,005833)^n$ no banco X e $C = 100(1,000189)^d$ depois de d dias no banco Y.

Se voce quiser saber qual será o rendimento efetivo depois de um ano, faça

$C = 100 \times (1,005833)^{12} = 100 \times (1,072286)$ no banco X, ou seja, um rendimento efetivo de aproximadamente 7,23% (ou taxa efetiva) e, no banco Y, $C = 100 \times (1,000189)^{365} = 100 \times (1,071413)$, dando um rendimento efetivo aproximadamente de 7,14%. Neste caso, a diferença entre os dois bancos é pequena.

Este problema pode ser generalizado da seguinte forma:

Se os juros a uma taxa anual r , forem compostos n vezes ao ano, então (r/n) vezes o crédito corrente são somados n vezes ao ano. Logo, com um depósito inicial de C_0 , o crédito t anos depois é:

$$C = C_0 (1 + r/n)^{nt}, \text{ onde } r \text{ é a taxa nominal.}$$

Considerando $t = 1$, obtemos $C = C_0 (1 + r/n)^n$.

Aumentando a frequência de composição: em vez de colocar como no banco X, composto mensalmente, ou como no banco Y, composto diariamente, o que aconteceria se fosse composto dez mil vezes ao ano? E se fosse cem mil? Ou um milhão de vezes? Use a calculadora e veja como os resultados são bem próximos.

Quanto maior o n , teremos algo que vai se aproximar a e^r , pois sabemos que o número de Euler é $e = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + 1/n)^n$. Segue então que $e^r = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + r/n)^n$.

Quando n tende a infinito, dizemos que a composição é contínua. Neste caso, o rendimento será de $C_0 \cdot e^{rt}$ (quando for em t anos).

Observe que a função $e^x = \lim (1 + (x/n))^n$ é definida para x real. Assim, o problema contínuo é resolvido através da função exponencial na base e , que é e^x .

Exemplo: Achar o rendimento anual efetivo para uma taxa anual de 6%, composta continuamente.

Solução: Em um ano, um investimento de C_0 será $C_0 e^{0,06}$. Usando uma calculadora, vemos que isso é aproximadamente igual a $C_0 \cdot (1,0618365)$. Dizemos então que o rendimento anual efetivo foi de aproximadamente 6,18%.

O problema exibido no vídeo trata de escolher o investimento melhor.

Sugestões de atividades

Depois da execução

1) Ache o rendimento anual efetivo de uma taxa anual de 6% composta continuamente (use a calculadora).

2) O que é melhor: o banco X pagando 5% de taxa anual composta mensalmente ou o banco Y oferecendo 4,95% de taxa anual composta diariamente?

Sugestões de leitura

Abelardo L. Puccini (2009). Matemática Financeira: Objetiva e Aplicada. Editora Saraiva.

Hamilton L. Guidorizzi (2001). Um Curso de Cálculo, Vol. I. LTC Editora.

Ficha técnica

Autor *Otília W. Paques*

Revisor *Samuel Rocha de Oliveira*

Coordenador de audiovisual *Prof. Dr. José Eduardo Ribeiro de Paiva*

Coordenador acadêmico *Prof. Dr. Samuel Rocha de Oliveira*

Universidade Estadual de Campinas

Reitor *Fernando Ferreira Costa*

Vice-reitor *Edgar Salvadori de Decca*

Pró-Reitor de Pós-Graduação *Euclides de Mesquita Neto*

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica

Diretor *Caio José Colletti Negreiros*

Vice-diretor *Verónica Andrea González-López*