

Guia do Professor



Vídeo


De malas prontas

Série Matemática na Escola

Objetivos

1. Introduzir o Princípio Fundamental da Contagem
2. Definir o conceito de fatorial
3. Apresentar alguns problemas e aplicações de combinatória enumerativa

ATENÇÃO Este Guia do Professor serve apenas como apoio ao vídeo ao qual este documento se refere e não pretende esgotar o assunto do ponto de vista matemático ou pedagógico.

LICENÇA Esta obra está licenciada sob uma licença Creative Commons 

De malas prontas

Série

Matemática na Escola

Conteúdos

Contagem e permutações.

Duração

Aprox. 10 minutos.

Objetivos

1. Introduzir o Princípio Fundamental da Contagem;
2. Definir o conceito de fatorial;
3. Apresentar alguns problemas e aplicações de combinatória e numerativa.

Sinopse

A Raquel está prestes a sair de viagem e não consegue colocar todas as roupas que precisa na sua mala. Com a ajuda de um funcionário da empresa aérea, através de conceitos combinatórios, ela tentará resolver o problema da sua mala.

Material relacionado

Áudios: *Fraude 171, O que é probabilidade;*

Experimentos: *Apostas no relógio;*

Softwares: *Explorando o jogo do máximo;*

Vídeos: *Coisa de passarinho.*

Introdução

Sobre a série

A série Matemática na Escola aborda o conteúdo de matemática do ensino médio através de situações, ficções e contextualizações. Os programas desta série usualmente são informativos e introdutórios de um assunto a ser estudado em sala de aula pelo professor. Os programas são ricos em representações gráficas para dar suporte ao conteúdo mais matemático e pequenos documentários trazem informações interdisciplinares.

Sobre o programa

O programa aborda conceitos de análise combinatória.

Mais precisamente, os tópicos desenvolvidos no vídeo são o Princípio Fundamental da Contagem e o conceito de fatorial. Para ilustrar o conceito, são desenvolvidos problemas relativos à viagem da personagem Raquel.

O problema que ilustra o Princípio Fundamental da Contagem é o de quantas maneiras possíveis uma pessoa pode se vestir, dado que possui dois pares de sapatos, três pares de meia, quatro calças e oito blusas.

De maneira mais geral, o Princípio Fundamental da Contagem (PFC) resolve o seguinte problema combinatório:

“Dados n tipos de elementos (conjuntos), numerados de um até n , com k_1, k_2, \dots, k_n possíveis escolhas para cada, respectivamente, qual o número total de escolhas possíveis para os elementos de todos os tipos?”

O (PFC) estabelece que a resposta para este problema é:

$$\text{número de escolhas} = k_1 \times k_2 \cdots \times k_n$$

No caso do vídeo, cada tipo de elemento pode ser visto como um tipo de roupa (sapatos, camisas, meias, ou calças) e as possíveis escolhas são quantas roupas distintas a personagem possui de cada tipo.



Fig.1: Possibilidades de modelitos escolhidos por Raquel

O PFC pode ser utilizado para resolver diversos outros problemas de contagem, mas o professor deve deixar claro para os alunos que ele baseia-se em escolhas independentes, ou seja, é necessário que cada tipo de elemento não esteja atrelado a nenhum outro. Por exemplo: se no problema de quantas maneiras distintas de vestir-se, a personagem Raquel impusesse a condição de que só poderá utilizar uma das calças com certa camisa, então a contagem não seria resolvida simplesmente com o Princípio Fundamental da Contagem.

Terminada a exposição do PFC, o programa introduz o conceito de fatorial como uma forma de contar quantas maneiras de arrumação de malas são possíveis em uma esteira. O fatorial é apresentado como decorrente do PFC, da seguinte maneira:

Se há n elementos a serem dispostos em n recipientes (caixas, por exemplo), para colocarmos o primeiro elemento, há n escolhas possíveis. Colocado este elemento, nos sobram $n-1$ elementos para a segunda caixa. O Princípio Fundamental da Contagem, já apresentado anteriormente, nos diz que para estas duas caixas há n vezes $n-1$ disposições possíveis de elementos, e assim por diante. Este

raciocínio, bem como o próprio conceito de fatorial, possui um caráter essencialmente *recursivo*, pois:

$$n! = n \times (n-1)!$$

Ou seja, uma vez calculado o fatorial de um número menor, é necessário calcular o próximo fatorial apenas com uma multiplicação.

No vídeo, é resolvido um problema de quantas arrumações de malas não têm a mala de Raquel como última, cuja resposta é dada pela quantidade de arrumações totais, menos a quantidade de arrumações em que a mala da personagem é a última de fato. Este cálculo insere-se em um tema um pouco mais amplo, conhecido como “Princípio da Inclusão Exclusão”, da contagem de eventos em conjuntos complementares. É possível, entretanto, apresentar problemas (como o do vídeo) sem necessariamente formalizar completamente esta teoria.

Assim como o PFC, o fatorial possui diversas aplicações em problemas de contagem, brevemente citadas pelo vídeo. Por fim, ao término do vídeo, o comentário de Raquel sobre o quão grande é o número de possibilidades de dispor uma quantidade pequena de malas ilustra o crescimento do fatorial, tema importante com aplicações em computação.

Sugestões de atividades

Antes da execução

Antes da execução é sugerido ao professor propor, sem resposta, alguns problemas de análise combinatória com viés cotidiano.

Dois deles são:

Problema 1: “Sabendo que as placas de carro no Brasil possuem 3 letras e 4 números, quantos possíveis carros podem ser cadastrados sem que haja placas iguais para carros distintos?”

Problema 2: "Sabendo que o CPF é constituído por 9 números livres (e dois dígitos de verificação, que não são livres), quantas pessoas podem ser cadastradas pelo governo?"

Durante a execução

Durante a execução, logo após a exposição do princípio fundamental da contagem, no momento em que o funcionário da empresa aérea apresenta aplicações do PFC, é possível parar a exibição do vídeo e pedir aos alunos que, com os conceitos abordados, resolvam algum dos problemas propostos antes da execução.



Fig.2: Possíveis aplicações do PFC

Depois da execução

Depois da execução, pode-se abordar um pouco mais o princípio fundamental da contagem com problemas similares aos descritos acima. Um exemplo que trata tanto do princípio fundamental da contagem quanto de fatorial é o seguinte:

Problema 3: "Suponha que Raquel possui 2 pares de sandálias, 2 saias e 3 camisas, para ir em 12 lugares distintos. De quantas maneiras ela

pode se apresentar em cada lugar? De quantas maneiras, ao todo (depois das 12 saídas), Raquel pode ter ido aos lugares, considerando que ela não gosta de repetir roupas?"

Para explorar um pouco mais o conceito de fatorial, é possível também propor o cálculo do fatorial de vários números e visualizar como cresce um fatorial, em relação a outras funções. Por exemplo, a tabela abaixo ilustra os valores de n , n^2 , n^3 e $n!$:

N	N ²	N ³	N!
2	4	8	2
3	9	27	6
4	16	64	24
5	25	125	120
6	36	216	720

Sugestões de leitura

Hazan, Samuel (1946). "Fundamentos de matemática elementar – Vol.5: Combinatória, probabilidade", 7^a. Edição, São Paulo: Atual, 2004.

Santos, José Plínio et al. "Introdução à Análise Combinatória", 2008, 1^a Edição, Ciência Moderna.

Santos, José Plínio et al. "Problemas resolvidos de combinatória", 2007, 1^a Edição, Ciência Moderna.

Ficha técnica

Autor *Antonio Carlos de Andrade Campello Junior*

Revisor *Prof. Dr. Samuel Rocha de Oliveira*

Coordenador de audiovisual *Prof. Dr. José Eduardo Ribeiro de Paiva*

Coordenador acadêmico *Prof. Dr. Samuel Rocha de Oliveira*

Universidade Estadual de Campinas

Reitor *Fernando Ferreira Costa*

Vice-reitor *Edgar Salvadori de Decca*

Pró-Reitor de Pós-Graduação *Euclides de Mesquita Neto*

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica

Diretor *Jayme Vaz Jr.*

Vice-diretor *Edmundo Capelas de Oliveira*



Matemática Multimídia

VÍDEO

De malas prontas 8/8