Matemática Multimídia

Análise de dados e probabilidade

Guia do Professor

Vídeo

Um caminho para combater a Dengue

Série **Matemática na Escola**

Objetivos

1. Introduzir o conceito de grafo;
2. Discutir o problema de obter caminhos fechados em um grafo dado;

UNICAMP

FNDE FUNDO NACIONAL DE DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO

Secretaria de Educação a Distância | Ministério da Ciência e Tecnologia | Ministério da Educação | Governo Federal

Um caminho para combater a dengue

Série
Matemática na Escola

Conteúdos
Grafos.

Duração
Aprox. 10 minutos.

Objetivos
1. Introduzir o conceito de grafo;
2. Discutir o problema de obter caminhos fechados em um grafo dado.

Sinopse
Uma agente de combate à dengue visita casas para procurar focos de reprodução do mosquito da dengue, e orientar a população sobre as formas de evitar que isso ocorra. Para definir o caminho que ela deve seguir para percorrer as casas do dia seguinte, ela se depara com um problema que envolve grafos.

Material relacionado
Vídeos: *Beijo no Asfalto.*
Experimentos: *Caminhos e Grafos;*
Softwares: *Aviões e Matrizes, Grafos e Matrizes*

Introdução

Sobre a série

A série Matemática na Escola aborda o conteúdo de matemática do ensino médio através de situações, ficções e contextualizações. Os programas desta série usualmente são informativos e introdutórios de um assunto a ser estudado em sala de aula pelo professor. Os programas são ricos em representações gráficas para dar suporte ao conteúdo mais matemático e pequenos documentários trazem informações interdisciplinares.

Sobre o programa

O objetivo do vídeo é introduzir a noção de grafo aos alunos. Apesar de se tratar de um conteúdo fora do currículo convencional do Ensino Médio, a abordagem proposta neste vídeo é acessível a esse nível e, através dele, é possível introduzir diversos problemas interessantes e igualmente acessíveis. A proposta desse vídeo também é explorada no experimento *Caminhos e Grafos*.

Para introduzir grafos, o vídeo usa o exemplo de uma agente de endemias que trabalha no combate à dengue, inspecionando residências e orientando os moradores sobre possíveis focos da doença.

Como faz todo seu trajeto a pé, ela resolve buscar uma forma de otimizar o seu caminho, e para isso pede ajuda à sua amiga Verônica, engenheira de tráfego.

Primeiramente Verônica pede para a agente o mapa da região que será visitada e em seguida faz a identificação dessa região com um grafo.

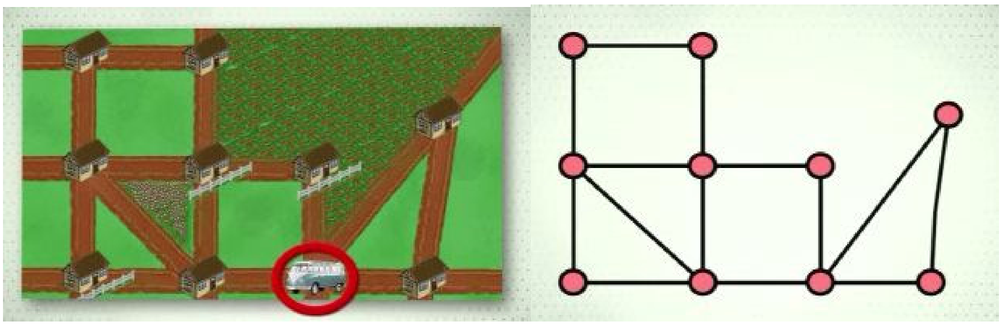


Figura 1: Representação do mapa por um grafo

Em poucas palavras e sem muito rigor, podemos dizer que um **grafo** é um conjunto de pontos, chamados vértices, conectados por um conjunto de linhas, chamadas arestas.

O que Lu deseja é percorrer um trajeto a partir de um ponto, passar por todas as casas, sem precisar repetir nenhuma rua, e voltar ao ponto de partida. Isto é, ela deseja realizar um passeio fechado.

Passeio Fechado: um passeio, ou caminho, fechado consiste em um trajeto que parte de um vértice, passa por todos os outros, percorrendo cada aresta apenas uma vez, e volta ao vértice inicial.

Um exemplo simples é o do grafo abaixo, utilizado no vídeo. Existem passeios fechados partindo de qualquer um dos vértices.

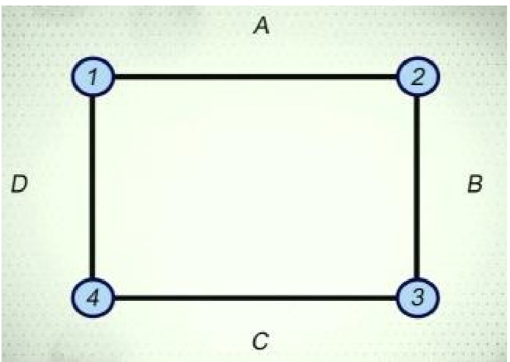


Figura 2

Partindo do vértice 1, por exemplo, podemos percorrer 2, 3 e 4 e voltar ao vértice 1, passando consecutivamente pelas arestas A, B, C e D. Um exemplo um pouco mais complicado é visto abaixo:

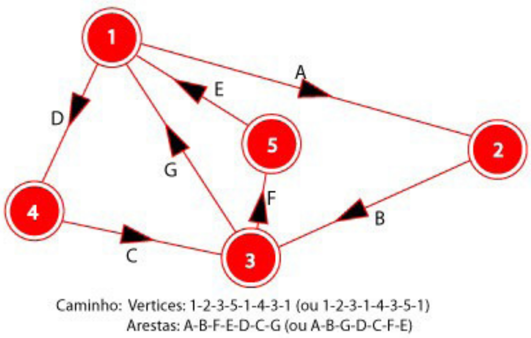


Figura 3: Passeio fechado

Como lembra Verônica, nem sempre é possível traçar um passeio fechado em um grafo. Para saber se um grafo possui esta característica, partimos da idéia simples de que se chegamos a um vértice por uma aresta, precisamos sair por outra. Na representação abaixo, se chegamos ao vértice 1 por A, precisamos sair por B ou C.

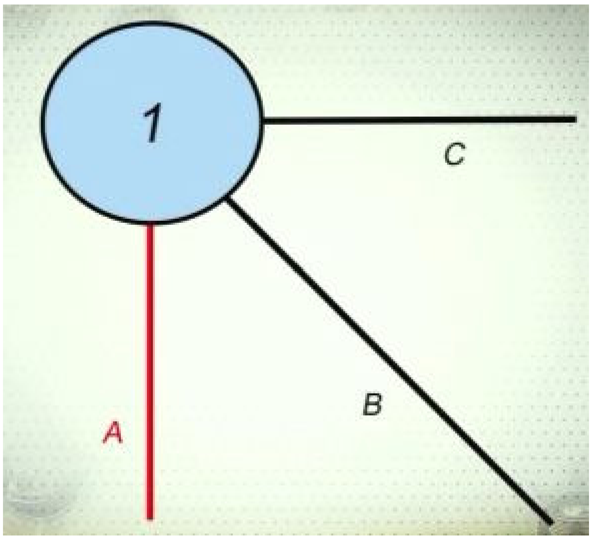


Figura 4: Número ímpar de arestas incidentes.

Supondo que saímos por B, podemos voltar ao vértice por C. Mas neste caso, não teríamos arestas para sair. Isto é, sempre que se atinge um vértice por uma aresta, precisa-se de outra para sair, se ele é novamente atingido, por uma terceira aresta, vamos precisar de uma quarta para sair, e assim por diante. Daí, concluímos a condição para a existência de um passeio fechado.

Existência de um passeio fechado: Em um grafo, só é possível traçar um passeio fechado se em cada vértice incide um número par de arestas.

Se NÃO exigirmos que o passeio comece e termine no mesmo ponto, a condição acima deve ser aplicada apenas aos vértices intermediários enquanto os vértices inicial e final devem ter um número ímpar de arestas incidentes.

Uma demonstração das afirmações anteriores pode ser encontrada em *Introdução à Análise Combinatória*, de *José Plínio de O. Santos, Margarida P. Mello e Idani T. C. Murari.*

Voltando ao mapa da região que será visitada pela agente, basta analisar quantas arestas incidem em cada vértice, para concluir se é ou não possível traçar um passeio que visite todas as casas, passando uma vez por cada rua e voltando ao ponto de encontro.

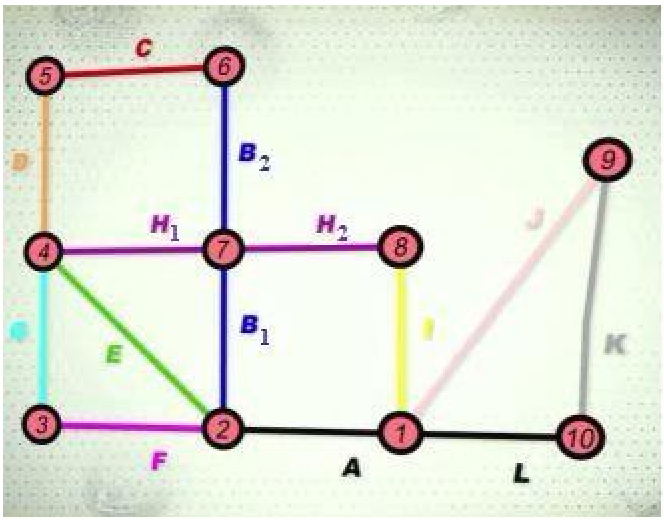


Figura 5: Passeio fechado

De fato é possível, e uma possibilidade é mostrada na figura acima, basta seguir a ordem alfabética das arestas. No vídeo algumas arestas aparecem sem denominação, problema corrigido na figura pela introdução de B_2 e H_2.

Outra importante constatação é que qualquer passeio fechado tem o mesmo comprimento, e mais ainda, é o menor caminho que passa por todos os vértices de um grafo.

Observação: no final do vídeo houve um erro na pronúncia do nome do mosquito *Aedes Aegypti*.

Sugestões de atividades

Depois da execução

Durante o vídeo, vemos a configuração das pontes de Konigsberg em um grafo (para saber mais sobre esse problema, sugerimos uma leitura do capítulo 12 do livro Introdução à *História da Matemática*, de Howard Eves). Após o vídeo, peça que os alunos reproduzam novamente o grafo e identifiquem porque não é possível traçar um passeio fechado.

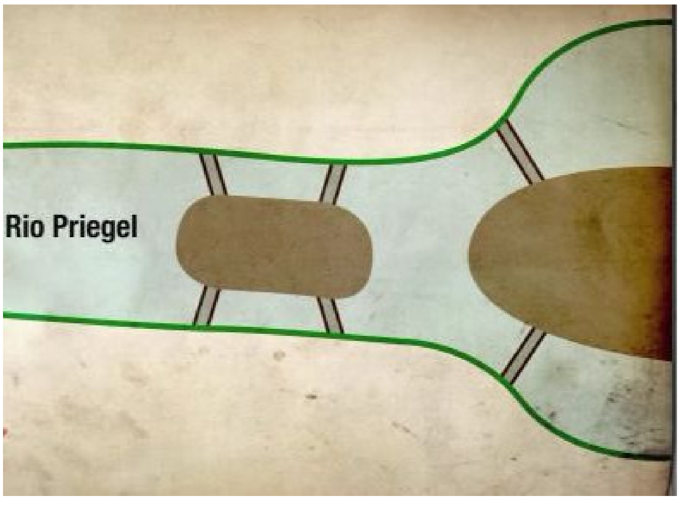


Figura 6: Pontes de Konigsberg

O grafo correspondente é mostrado abaixo e vemos que em todos os vértices, que representam os pontos em terra, incide um número ímpar de arestas.

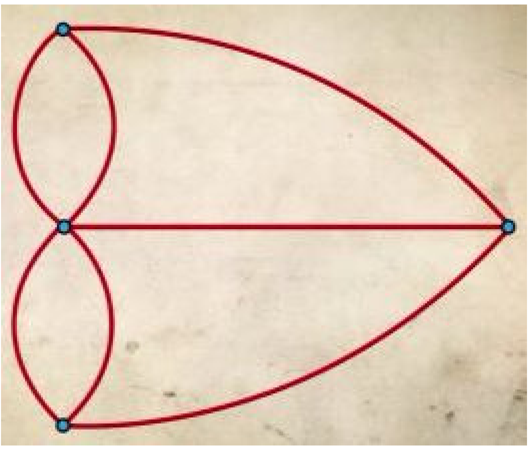


Figura 7: Grafo das Pontes de Konigsberg.

Abaixo, outros exemplos para os alunos determinarem se é possível encontrarmos um passeio fechado. Feita a identificação pelos alunos, pode ser pedido que eles transformem os grafos que não possuam, inclusive o das Pontes de Konigsberg, em grafos que possuam caminhos fechados, alterando-os, sem remover arestas.

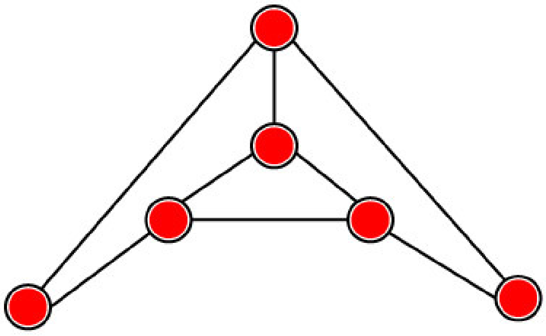


Figura 8: não tem solução.

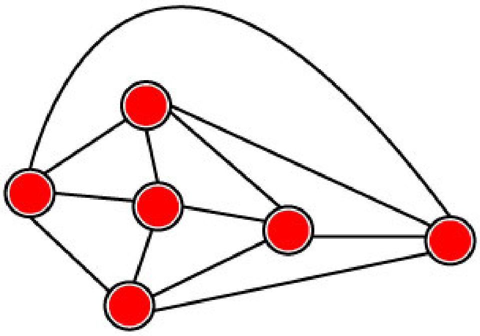


Figura 9: tem solução.

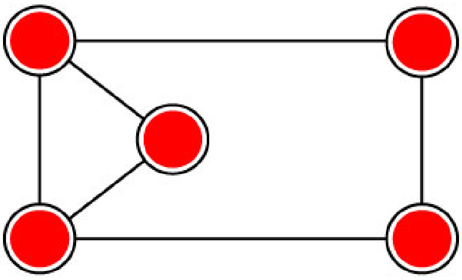


Figura 10: não tem solução.

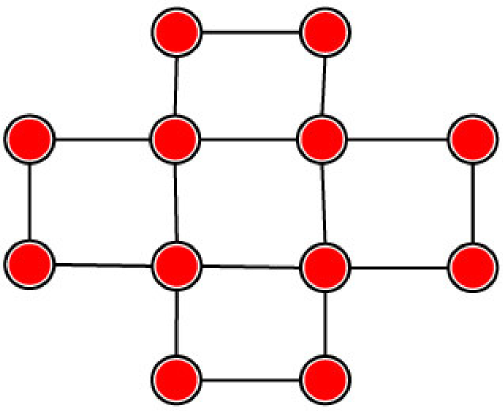


Figura 11: tem solução.

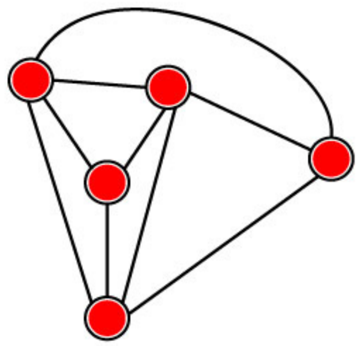
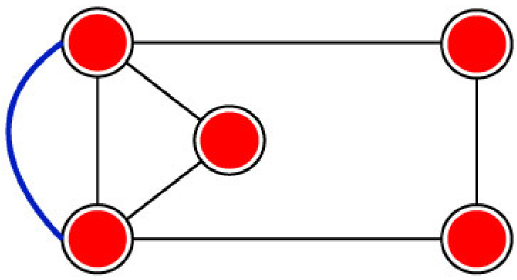
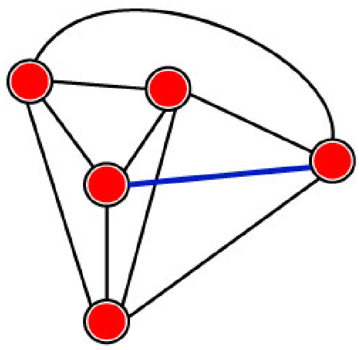


Figura 12: não tem solução.

A seguir, exemplos de mudanças que podem ser feitas nos grafos sem solução, ou sem passeios fechados.





Sugestões de leitura

Introdução a Análise Combinatória, 4ª Ed.(2008). J. P. O. Santos, M. P. Mello, I. T. C. Murari.
Introdução à História da Matemática, 6ª Ed. (1990), Howard Eves.

Ficha técnica

Conteudista *Rafael Santos de Oliveira Alves*
Revisão *Leonardo Barichello*
Coordenação de Mídias Audiovisuais *Prof. Dr. Eduardo Paiva*
Coordenador acadêmico *Prof. Dr. Samuel Rocha de Oliveira*

Universidade Estadual de Campinas
Reitor *Fernando Ferreira Costa*
Vice-reitor *Edgar Salvadori de Decca*
Pró-Reitor de Pós-Graduação *Euclides de Mesquita Neto*

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica
Diretor *Jayme Vaz Jr.*
Vice-diretor *Edmundo Capelas de Oliveira*