



Matemática
Multimídia

Números
e funções



Guia do Professor



Vídeo

Bombons a Granel

Série Matemática na Escola


Objetivos

1. Introduzir e mostrar aplicações do produto de matrizes.



UNICAMP

ATENÇÃO Este Guia do Professor serve apenas como apoio ao vídeo ao qual este documento se refere e não pretende esgotar o assunto do ponto de vista matemático ou pedagógico.

LICENÇA Esta obra está licenciada sob uma licença Creative Commons 

Bombons a granel

Série

Matemática na Escola

Conteúdos

Produto de matrizes.

Duração

Aprox. 10 minutos.

Objetivos

1. Introduzir e mostrar aplicações do produto de matrizes.

Sinopse

Dona Ioná vende bombons em caixinhas, mas tem dificuldade em colocar o preço em cada uma delas. Para resolver seu problema, ela conta com a ajuda de Jorge, que através do uso de matrizes, ajuda Dona Ioná a calcular o preço de cada caixa.

Material relacionado

Experimentos: *Mensagens secretas com matrizes*;
Vídeos: *Gabarito secreto*;

Introdução

Sobre a série

A série Matemática na Escola aborda o conteúdo de matemática do ensino médio através de situações, ficções e contextualizações. Os programas desta série usualmente são informativos e introdutórios de um assunto a ser estudado em sala de aula pelo professor. Os programas são ricos em representações gráficas para dar suporte ao conteúdo mais matemático e pequenos documentários trazem informações interdisciplinares.

Sobre o programa

Este é um vídeo que pode ser usado para introduzir o produto de matrizes e conta a história de Dona Ioná, que fabrica bombons em casa e os vende em caixinhas, cada uma com uma distribuição diferente, entre bombons de chocolate ao leite, meio amargo e *diet*. Sua dificuldade é colocar o preço ideal em cada caixinha, e ela comparece a um programa de televisão onde recebe a ajuda de Jorge.



The image shows two tables from a video. The top table lists four kits (KIT 1 to KIT 4) with their compositions in terms of 'AO LEITE', 'MEIO AMARGO', and 'DIET' bombons. The bottom table lists the price and calories for each type of bombon.

	AO LEITE	MEIO AMARGO	DIET
KIT 1	20	15	5
KIT 2	15	20	5
KIT 3	5	5	30
KIT 4	24	24	2

	PREÇO	CALORIAS
AO LEITE	R\$ 1,00	85
MEIO AMARGO	R\$ 1,50	80
DIET	R\$ 2,00	70

Figura 1: Tabelas com as informações

Sua sugestão é de organizar os dados em tabelas, para isso pede a D. Ioná informações como o conteúdo de cada kit e o preço de cada tipo de bombom e ainda sugere que ela informe o valor energético de cada um.

Para calcular o preço de cada kit, Jorge explica que basta multiplicarmos a quantidade de bombons de cada tipo pelo seu respectivo preço e somar os resultados obtidos. Isso pode ser feito de forma organizada e para os quatro kits através de um **produto de matrizes**.

Produto de Matrizes

Sejam as matrizes $A=(a_{ij})_{m \times n}$, $B=(b_{ij})_{n \times p}$ e $C=(c_{ij})_{m \times p}$. Diz-se que C é o produto de A por B , e vamos indicar por $A \times B$, se, e somente, cada elemento c_{ij} é obtido multiplicando-se ordenadamente os elementos da linha i de A pelos elementos da coluna j de B , adicionando-se os produtos assim obtidos

Essa descrição é bastante complicada de entender sem uma percepção visual do que ocorre ao se multiplicar duas matrizes. Um dos objetivos desse vídeo, inclusive, é mostrar de maneira visual como se faz a multiplicação de duas matrizes.

20	15	5
15	20	5
5	5	30
24	24	2

1,00	85
1,50	80
2,00	70

Figura 2: Matrizes.

No vídeo, as tabelas são transformadas em matrizes como na Figura 2 e, em seguida, são dispostas espacialmente de maneira a facilitar a realização da multiplicação, como mostrado na Figura 3.

			1	85
			1,5	80
			2	70
20	15	5		
15	20	5		
5	5	30		
24	24	2		

Figura 3

Como definido, o produto é feito pela multiplicação dos termos das linhas da primeira matriz pelos termos das colunas da segunda, como se segue:

			1	85
			1,5	80
			2	70
20	15	5	a	
15	20	5		
5	5	30		
24	24	2		

$$a = (20 \times 1) + (15 \times 1,5) + (5 \times 2)$$

$$a = 52,50$$

Figura 4: produto de matrizes

O elemento **a** representa o preço do Kit 1. Soma de 20 bombons de chocolate ao leite a R\$1,00, 15 de chocolate meio amargo a R\$1,50 e 5 bombons *diet* a R\$2,00. O elemento resultante do produto da primeira linha da matriz à esquerda pela segunda coluna da matriz à direita, será o valor energético do Kit 1. E assim sucessivamente, até completarmos a matriz com os preços e calorias dos 4 kits.

			1	85
			1,5	80
			2	70
20	15	5	52,50	3.250
15	20	5	55,00	3.225
5	5	30	72,50	2.925
24	24	2	64,00	4.100

Figura 5: produto completo.

A matriz resultante pode ser representada por uma tabela que organiza ainda mais as informações, Figura .

	PREÇO	CALORIAS
KIT 1	52,50	3.250
KIT 2	55,00	3.225
KIT 3	72,50	2.925
KIT 4	64,00	4.100

Figura 6: Preço e Calorias de cada Kit

Essa matriz contém todas as informações que Dona Ioná precisa. Por exemplo, se ela quisesse saber apenas o preço do Kit 2, bastaria multiplicar apenas a segunda linha da matriz à esquerda pela primeira coluna da matriz à direita, como mostrado abaixo.

				PREÇO	CALORIAS
				1	85
				1,5	80
				2	70
KIT 1	20	15	5	52,50	3.250
KIT 2	15	20	5	55,00	3.225
KIT 3	5	5	30	72,50	2.925
KIT 4	24	24	2	64,00	4.100

Figura 7: segunda linha x primeira coluna

Existência do produto de matrizes

Pela própria definição da multiplicação de matrizes, temos que uma condição necessária e suficiente para que o produto entre duas matrizes A e B exista é: **o número de *colunas* de A deve ser igual ao número de *linhas* de B.**

A ordem é importante, já que o produto de matrizes não é comutativo, isto é, a menos de casos particulares, $A \times B \neq B \times A$.

Matriz "A" 5 x 3	Matriz "B" 3 x 2	Matriz "C" 5 x 2
a_{11} a_{12} a_{13}	b_{11} b_{12}	c_{11} c_{12}
a_{21} a_{22} a_{23}	b_{21} b_{22}	c_{21} c_{22}
a_{31} a_{32} a_{33}	b_{31} b_{32}	c_{31} c_{32}
a_{41} a_{42} a_{43}		c_{41} c_{42}
a_{51} a_{52} a_{53}		c_{51} c_{52}

$A_{5,3} \times B_{3,2} = C_{5,2}$

Figura 6: exemplo.

Como mostrado no vídeo, o produto $A_{n \times m} \times B_{p \times q}$, onde o primeiro índice representa o número de linhas e o segundo, o número de colunas, existe se, e somente se, $m=p$. Neste caso teríamos $A_{n \times m} \times B_{m \times q}$, e a dimensão da matriz resultante será $n \times q$. Veja a imagem acima que exemplifica um produto deste.

Para exercitar mais o conteúdo do presente material, sugerimos o *Experimento Mensagens Secretas com Matrizes*, que pode ser usado também para trabalhar outros conceitos, como inversão de matrizes e determinantes, além de mostrar mais aplicações envolvendo matrizes, como na criptografia.

Sugestões de atividades

Depois da execução

Como um exercício de fixação, peça aos alunos que introduzam mais um coluna na segunda matriz, a que contém o preço e a quantidade de calorias de cada bombom. Uma coluna com a informação sobre a quantidade de gorduras totais de cada tipo. A coluna deve ser retirada da seguinte tabela:

Tipo de bombom	Gorduras totais (g)
Ao leite	7,0
Meio Amargo	6,5
Diet	2,0

Tabela 1

Desta forma, teremos um produto de duas matrizes 3×3 , e portanto uma matriz resultante também 3×3 .

Outra possibilidade de variação do problema é considerar as duas tabelas abaixo, para que os alunos façam uma análise semelhante à que foi feita no vídeo.

Fruta	Preço (R\$) por Kg	Calorias (Kcal) por 25g	Vitamina C (mg) por 25g
Banana	2,50	16	2,0
Laranja	1,60	11	13
Maça	3,00	16	1,5
Mamão	3,00	17	12

Tabela 2

A próxima da tabela representa a quantidade de cada fruta em diferentes tipos de cestas.

	Banana (g)	Laranja (g)	Maça (g)	Mamão (g)
Cesta 1	200	100	150	100
Cesta 2	250	50	50	200
Cesta 3	300	150	150	0

Tabela 3: quantidade em gramas de cada fruta em cada cesta

Neste caso, qual o preço de cada cesta, o valor calórico e a quantidade de vitamina C?

Os alunos precisam notar que no primeiro caso, falamos em quantidade de bombons e agora a informação é dada pelo peso, e cada tabela tem sua escala. Um dos cuidados a se tomar é com o fato do preço ser dado por Kg e a quantidade de frutas por cesta ser dada em g.

Outros exemplos envolvendo multiplicação de matrizes semelhantes ao mostrado no vídeo podem ser encontrado no texto indicado na bibliografia.

Sugestões de leitura

Coleção Explorando a Matemática, Volume 3 – Matemática Ensino Médio, Capítulo 1, p. 46.

(disponível em http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/EnsMed/expensmat3_1_2.pdf)

Ficha técnica

Autor do Guia *Rafael Santos de Oliveira Alves*

Revisão *Samuel Rocha de Oliveira*

Coordenação de Mídias Audiovisuais *Prof. Dr. Eduardo Paiva*

Coordenador acadêmico *Prof. Dr. Samuel Rocha de Oliveira*

Universidade Estadual de Campinas

Reitor *Fernando Ferreira Costa*

Vice-reitor *Edgar Salvadori de Decca*

Pró-Reitor de Pós-Graduação *Euclides de Mesquita Neto*

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica

Diretor *Jayme Vaz Jr.*

Vice-diretor *Edmundo Capelas de Oliveira*