Matemática Multimídia

Geometria e medidas

Guia do Professor

Vídeo

Alice e a lei dos cossenos

Série **Matemática na Escola**

Objetivos

1. Apresentar a demonstração de uma maneira interessante, da lei dos cossenos.

ATENÇÃO Este Guia do Professor serve apenas como apoio ao vídeo ao qual este documento se refere e não pretende esgotar o assunto do ponto de vista matemático ou pedagógico.

UNICAMP

FNDE FUNDO NACIONAL DE DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO

Secretaria de Educação a Distância

Ministério da Ciência e Tecnologia

Ministério da Educação

BRASIL UM PAÍS DE TODOS GOVERNO FEDERAL

Alice e a lei dos cossenos

Série
Matemática na Escola

Conteúdo
A lei dos cossenos.

Duração
Aprox. 10 minutos.

Objetivos
1. Apresentar uma demonstração da lei dos cossenos.

Sinopse
A jovem Alice sonha com o senhor Josué, que demonstra no a lei dos cossenos de uma maneira divertida. No sonho também aparece um cantor que ajuda Josué na demonstração com uma linda melodia. Alice acorda e percebe que entendeu a demonstração da lei dos cossenos.

Material relacionado
Experimentos: *Roda-Gigante;*
Softwares: *As curvas de Lissajous*, *Ondas trigonométricas*;
Vídeos*: Alice e algumas relações trigonométricas.*

Introdução

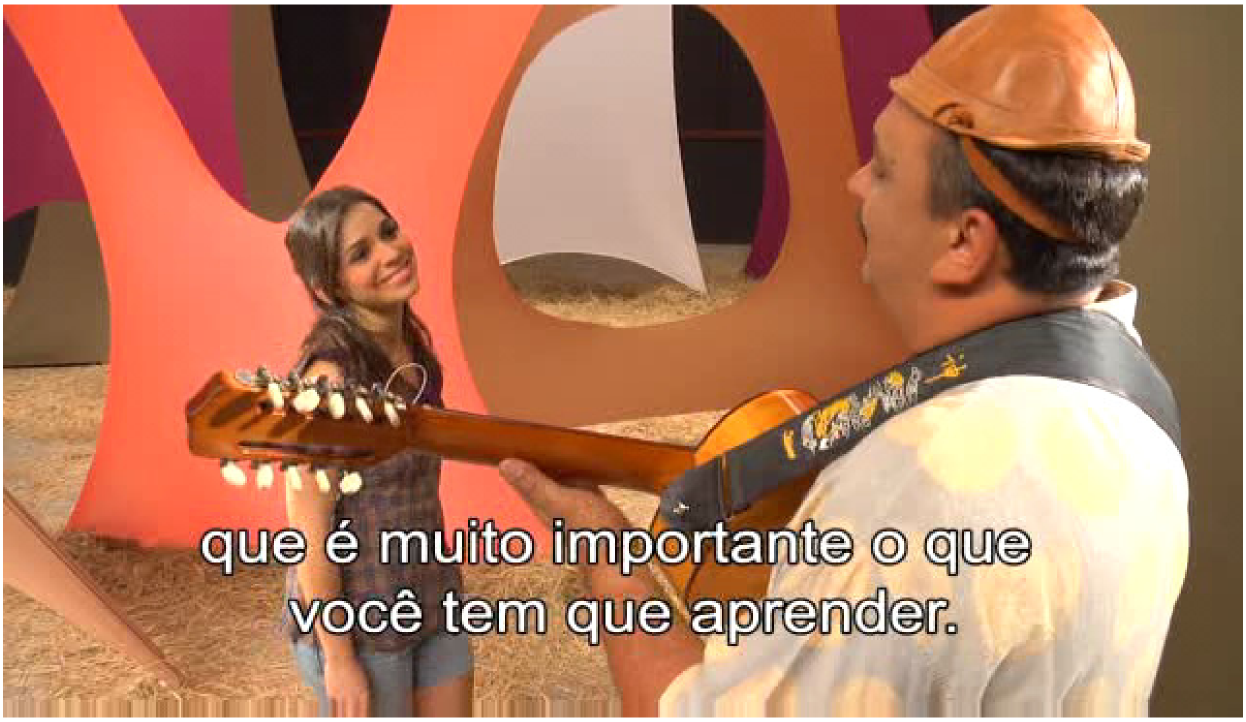
Sobre a série

A série Matemática na Escola aborda o conteúdo de matemática do ensino médio através de situações, ficções e contextualizações. Os programas desta série usualmente são informativos e introdutórios de um assunto a ser estudado em sala de aula pelo professor. Os programas são ricos em representações gráficas para dar suporte ao conteúdo mais matemático e pequenos documentários trazem informações interdisciplinares.

Sobre o programa

O programa aborda uma jovem estudante Alice, que está sonhando com Matemática. O senhor Josué aparece no sonho e demonstra várias relações trigonométricas, envolvendo o seno e o cosseno de ângulos, com figuras e equações bem interessantes. Josué e o cantor, que também está no sonho, tornam as demonstrações fáceis de entender.

Sugerimos que professor leia, antes da execução do vídeo, um artigo muito interessante sobre as demonstrações em Matemática na escola. Este artigo foi escrito por um pai descontente com a escola de seu filho onde os professores de matemática não demonstram teoremas. O artigo se chama: *Decorar é preciso. Demonstrar também é*. Referência ao final.



No vídeo, vemos um triângulo ABC com angulo $\hat{A}$ agudo, como na figura abaixo e foi demonstrado que $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos(\hat{A})$. A demonstração é simples e foi usado somente o teorema de Pitágoras e a definição do cosseno de um ângulo.

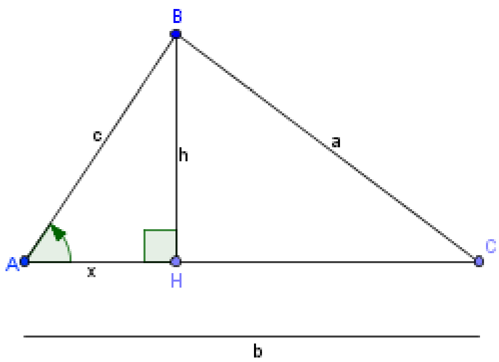
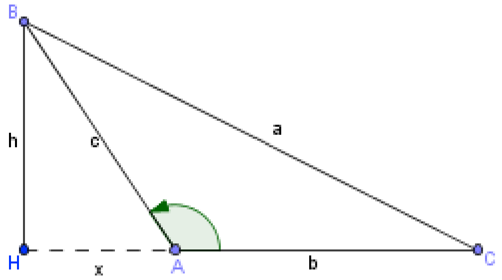


Figura 1: triângulo usado na demonstração

Sugestões de atividades

Depois da execução

1) Fazer a demonstração do teorema no caso de um triângulo onde o ângulo Â é obtuso. Veja a figura :



Sugestão da demonstração:

Da figura acima, temos no triangulo BHC

$a^2 = h^2 + (b+x)^2$ ou $a^2 = b^2 + c^2 + 2bx$

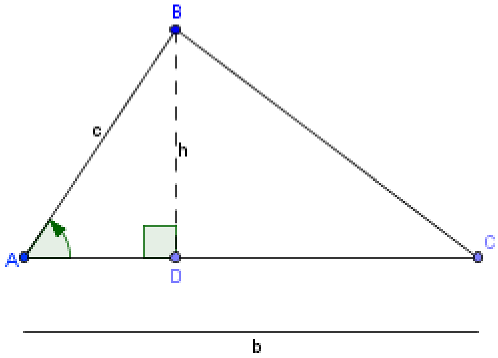
Desde que $x = c \times \cos(B\hat{A}H) = c(-\cos(\hat{A}))$, segue que

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \times \cos(\hat{A})$

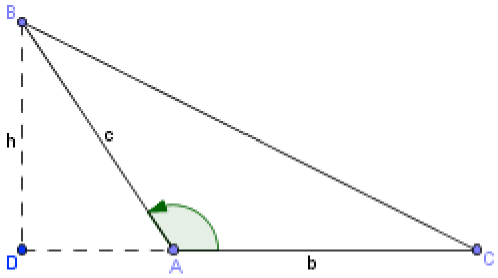
2) Enunciar a lei dos senos e fazer a sua demonstração.

Lei dos senos: Dado um triângulo ABC, vale o seguinte:

$\dfrac{a}{sen(\hat{A})} = \dfrac{b}{sen(\hat{B})} = \dfrac{c}{sen(\hat{C})}$ [1]



Ou:



Sugestão de demonstração: Inicialmente mostre que a área do triângulo ABC é dada por $S = \left(\frac{bc}{2}\right) sen\hat{A}$

Dai , $a \times S = \left(\frac{abc}{2}\right) sen\hat{A}$ e

$b \times S = \left(\frac{abc}{2}\right) sen\hat{B}$ e

$c \times S = \left(\frac{abc}{2}\right) sen\hat{C}$

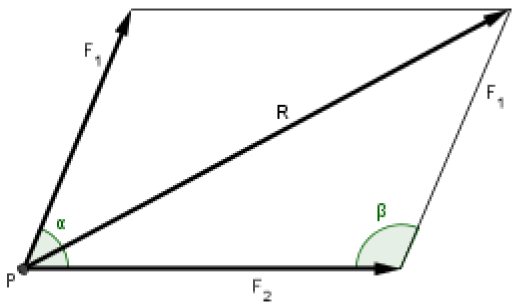
Disto segue a igualdade [1].

3) Uma aplicação em física. Considere duas forças de intensidades F_1 e F_2 agindo simultaneamente sobre um ponto P. A intensidade da

força resultante R pode ser calculada pela lei dos cossenos. Supondo que α é o ângulo formado pelas duas forças, mostre que:

$$R^2 = (F_1)^2 + (F_2)^2 + 2F_1 \times F_2 \times \cos(\alpha)$$

(observe que α e β são suplementares).



Sugestões de leitura

1. M.P.do Carmo, A.C.Morgado, E.Wagner-Trigonometria -Números complexos- IMPA,VITAE, 1992.
2. E.Lages Lima, P.C.P.Carvalho,E.Wagner,A.C. Morgado- A Matemática do Ensino Médio- volume3.Coleção do Professor de Matemática- Sociedade Brasileira de Matemática,1998.
3. G. Garbi, *Decorar é preciso. Demonstrar também é*. Revista do Professor de Matemática, **68.** Visto na RPM em 14/06/2010.

Ficha técnica

Autor: *Otilia Terezinha W Paques*
Revisor *Edmundo Capelas*
Coordenador de audiovisual *Prof. Dr. José Eduardo Ribeiro de Paiva*
Coordenador acadêmico *Prof. Dr. Samuel Rocha de Oliveira*

Universidade Estadual de Campinas
Reitor *Fernando Ferreira Costa*
Vice-reitor *Edgar Salvadori de Decca*
Pró-Reitor de Pós-Graduação *Euclides de Mesquita Neto*

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica
Diretor *Jayme Vaz Jr.*
Vice-diretor *Edmundo Capelas de Oliveira*