



## Guia do Professor

# Vídeo

Alice e a algumas relações trigonométricas.

### Série Matemática na Escola

#### Objetivos

1. Apresentar várias relações trigonométricas com suas demonstrações.



ATENÇÃO Este Guia do Professor serve apenas como apoio ao vídeo ao qual este documento se refere e não pretende esgotar o assunto do ponto de vista matemático ou pedagógico.

LICENÇA Esta obra está licenciada sob uma licença Creative Commons 

# Alice e algumas relações trigonométricas

## Série

Matemática na Escola

## Conteúdo

Relações trigonométricas.

## Duração

Aprox. 10 minutos.

## Objetivos

1. Apresentar algumas relações trigonométricas que seguem de outras, demonstrando-as.

## Sinopse

A jovem Alice dorme e sonha com o senhor Josué, que demonstra no sonho, algumas relações trigonométricas. No sonho também aparece um cantor que ajuda Josué na demonstração com uma linda melodia. A Alice acorda e percebe que entendeu estas relações trigonométricas.

## Material relacionado

Experimentos: *Roda-Gigante*;  
Vídeos: *Alice e a lei dos cossenos*.  
Softwares: *As curvas de Lissajous*; *Ondas trigonométricas*.

# Introdução

---

## Sobre a série

---

A série Matemática na Escola aborda o conteúdo de matemática do ensino médio através de situações, ficções e contextualizações. Os programas desta série usualmente são informativos e introdutórios de um assunto a ser estudado em sala de aula pelo professor. Os programas são ricos em representações gráficas para dar suporte ao conteúdo mais matemático e pequenos documentários trazem informações interdisciplinares.

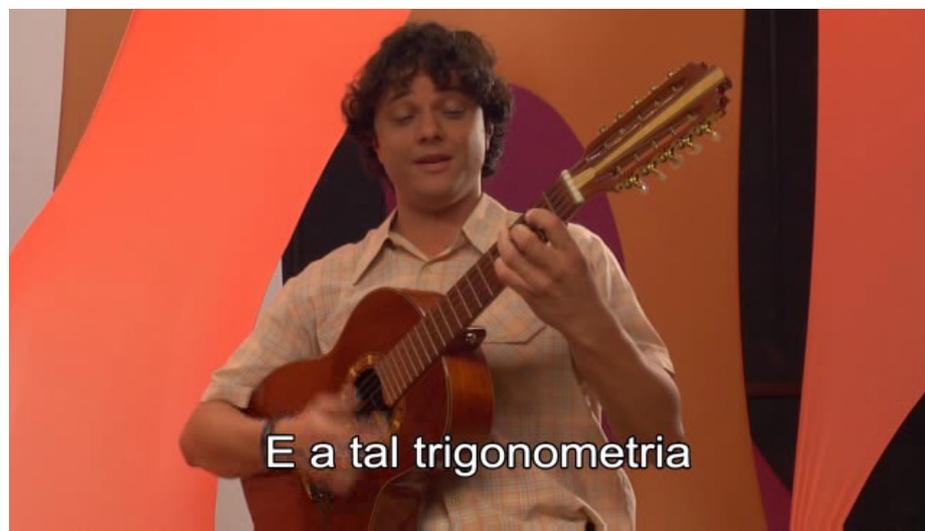
## Sobre o programa

---

O programa aborda uma jovem estudante Alice, que está sonhando com Matemática. O senhor Josué aparece no sonho e demonstra várias relações trigonométricas, envolvendo o seno e o cosseno de ângulos, com figuras e equações bem interessantes. Josué e o cantor, que também está no sonho, tornam as demonstrações fáceis de entender.



Sugerimos que professor leia, antes da execução do vídeo, um artigo muito interessante sobre as demonstrações em Matemática na escola. Este artigo foi escrito por um pai descontente com a escola de seu filho onde os professores de matemática não demonstram teoremas. O artigo se chama: *Decorar é preciso. Demonstrar também é*. Referência ao final.



O programa mostra como a partir de algumas relações trigonométricas outras vão sendo obtidas.

**Teorema do cosseno da diferença de arcos**

substituindo  $\alpha$  por  $-\alpha$  :

$$\cos(\beta - (-\alpha)) = \cos(-\alpha) \cdot \cos(\beta) + \sin(-\alpha) \cdot \sin(\beta)$$

sendo:  $\cos(\alpha) = \cos(-\alpha)$   
 $\sin(\alpha) = -\sin(-\alpha)$

Temos:

$$\cos(\beta + \alpha) = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)$$



A princípio o vídeo mostra que a função  $f(x) = \cos(x)$ ,  $x$  em  $\mathbb{R}$  (dos reais), é uma função par, ou seja que  $f(x) = f(-x)$  e que a função  $g(x) = \sin(x)$ ,  $x$  em  $\mathbb{R}$ , é ímpar, ou seja que  $g(x) = -g(-x)$ . O professor pode aproveitar e mostrar que toda função da forma  $f(x) = x^n$ ,  $x$  em  $\mathbb{R}$ , é par se  $n$  é natural par, e é ímpar se  $n$  é natural ímpar. E que a função definida por  $f(x) = 0$ , se  $x$  é inteiro e  $f(x+\alpha) = \alpha$ , se  $0 \leq \alpha < 1$  e  $x$  inteiro, não é par e nem ímpar.

Se julgar conveniente, dê uma pausa no vídeo para que todos possam anotar as relações obtidas. O professor pode aproveitar as relações trigonométricas do vídeo para mostrar os resultados abaixo:

$$\cos(x + \pi) = -\cos(x), \quad \cos(x + \pi/2) = -\sin(x),$$

$$\cos(\pi/2 - x) = \sin(x), \quad \cos(\pi - x) = -\cos(x), \quad \text{para } x \text{ em } \mathbb{R}.$$

# Sugestões de atividades

---

## Depois da execução

---

Atividade 1: Como o vídeo sugere, a partir da fórmula :

$$\sin(a+b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b),$$

obter as seguintes:

$$\sin(a-b) = \sin(a)\cos(b) - \cos(a)\sin(b).$$

$$\sin(2a) = 2 \sin(a) \cos(a).$$

$$\sin(x + \pi) = -\sin(x), \quad \sin(x + \pi/2) = \cos(x), \quad \sin(\pi/2 - x) = \cos(x),$$

$\text{sen}(\pi - x) = \text{sen}(x)$  , para  $x$  em  $\mathbb{R}$ .

Atividade 2:

a) prove que  $\text{tg}(2x) = 2\text{tg}(x) / (1 - \text{tg}^2 x)$ .

b) Encontre as expressões de  $\text{sen}(x)$ ,  $\text{cos}(x)$  e  $\text{tg}(x)$  em função de  $\text{tg}(x/2)$ .

Fazendo  $\text{tg}(x/2) = t$  , nas expressões obtidas em b), temos que

$\text{sen}(x) = 2t/(1+t^2)$  ,  $\text{cos}(x) = (1-t^2)/(1+t^2)$  e  $\text{tg}(x) = 2t/(1-t^2)$ .

(é muito interessante este resultado pois mostra que  $\text{sen}x$ ,  $\text{cos}x$ , e  $\text{tg}x$ , podem se expressar racionalmente em termos de  $\text{tg}(x/2)$ ).

---

### Sugestões de leitura

---

1. M.P.do Carmo, A.C.Morgado, E.Wagner–Trigonometria –Números complexos– IMPA,VITAE, 1992.
2. E.Lages lima, P.C.P.Carvalho,E.Wagner,A.C. Morgado– A Matemática do Ensino Médio– volume3.Coleção do Professor de Matemática– Sociedade Brasileira de Matemática,1998.
3. G. Garbi, *Decorar é preciso. Demonstrar também é.* Revista do Professor de Matemática, **68**. Visto [na RPM](#) em 14/06/2010.

---

### Ficha técnica

---

Autor *Otília W. Paques*

Revisor *Edmundo Capelas*

Coordenador de audiovisual *Prof. Dr. José Eduardo Ribeiro de Paiva*

Coordenador acadêmico *Prof. Dr. Samuel Rocha de Oliveira*

**Universidade Estadual de Campinas**

Reitor *Fernando Ferreira Costa*



Vice-reitor *Edgar Salvadori de Decca*

Pró-Reitor de Pós-Graduação *Euclides de Mesquita Neto*

**Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica**

Diretor *Jayme Vaz Jr.*

Vice-diretor *Edmundo Capelas de Oliveira*

