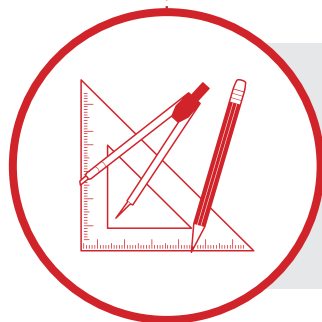




Matemática Multimídia

ANÁLISE DE DADOS  
E PROBABILIDADE



## O EXPERIMENTO

# Experimento


Jogo dos divisores

### Objetivos da unidade

1. Explorar através de um jogo de dados os seguinte elementos: pensamento estratégico, cálculo de probabilidade e construção de gráficos de frequência.



UNICAMP

LICENÇA Esta obra está licenciada sob uma licença Creative Commons 

**FNDE**

FUNDO NACIONAL  
DE DESENVOLVIMENTO  
DA EDUCAÇÃO

Secretaria de  
Educação a Distância

Ministério da  
Ciência e Tecnologia

Ministério  
da Educação



# Jogo dos divisores

## O EXPERIMENTO

### Sinopse

O experimento envolve três dados cujas faces são números naturais. Entre dois dados é possível obter um conjunto de divisores comuns, que, no jogo, equivalem a pontos. A partir do lançamento simultâneo dos dados, o aluno é levado a decidir qual par é o melhor, ou seja, com qual par de dados é possível conseguir o maior número de divisores em um menor número de jogadas.

### Conteúdos

- Conjunto, Lógica e Números: Números Primos, Divisibilidade;
- Probabilidade: Análise de Jogos;
- Estatística: Interpretação de Gráficos e Dados.

### Objetivos

1. Explorar através de um jogo de dados os seguintes elementos: pensamento estratégico, cálculo de probabilidade e construção de gráficos de frequência.

### Duração

Uma aula dupla.



# Introdução

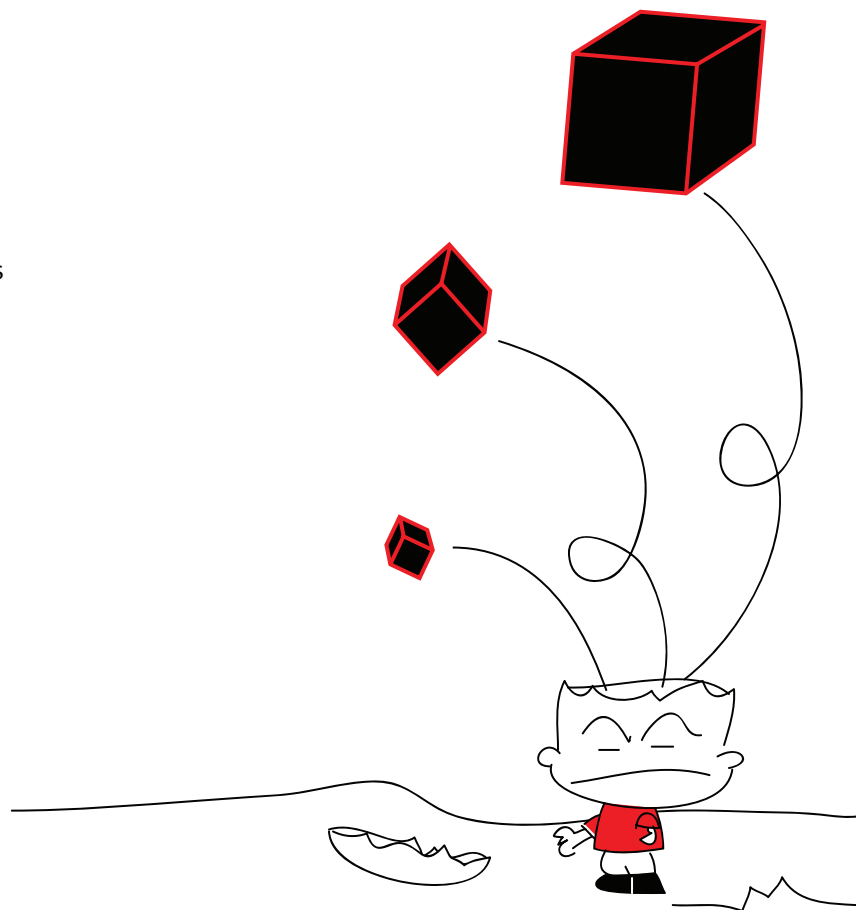
---

Uma aplicação importante do Cálculo de Probabilidades aparece em problemas de definição de estratégias em face a eventos que ainda não ocorreram ou cuja ocorrência é desconhecida. Um exemplo disso é o lançamento de dados, base desta atividade.

Este experimento é baseado em um jogo de dados e divide-se em duas partes.

Na ETAPA 1, o aluno poderá adquirir familiaridade com as regras do jogo e com os dados a partir da experimentação. O aluno trabalhará com a simulação de um grande número de jogadas e com a observação, leitura e interpretação das informações coletadas, representadas na forma de tabelas e gráficos de frequências.

Na ETAPA 2, o aluno deverá escolher uma estratégia para sua equipe e realizar o jogo de acordo com ela. Nesta etapa, a formalização do modelo probabilístico do jogo será fundamental para o processo de decisão.



# O Experimento

---

## Material necessário

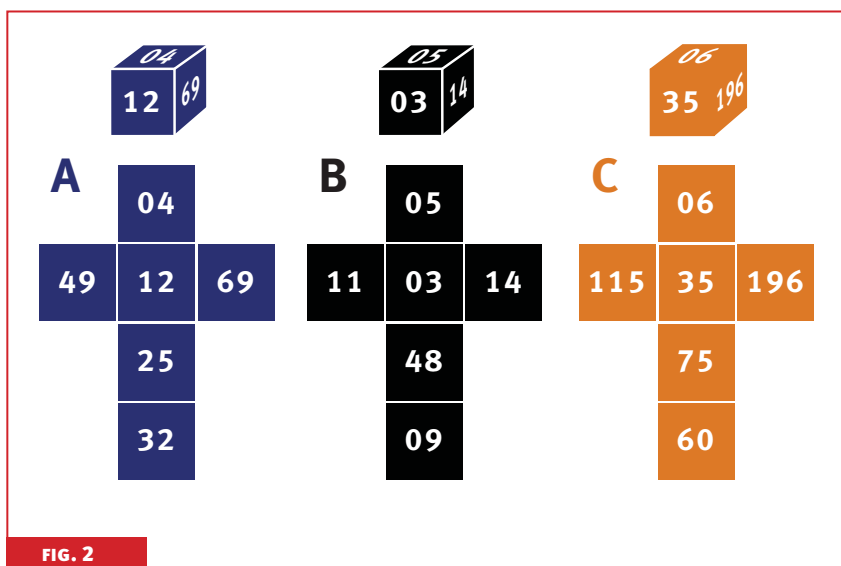
---

- 3 dados de 6 faces;
- Fita crepe;
- Canetas de diferentes cores.



## Preparação

Professor, os dados devem ser preparados antes da aula. Recorte quadrados de fita crepe do tamanho exato das faces dos dados, colando-os em cada uma delas. Depois, basta escrever os números de acordo com a planificação proposta na FIGURA 2.



Escreva os números nos dados com cores diferentes, para facilitar sua identificação.



---

## Jogue 3, escolha 2!

ETAPA

1

---

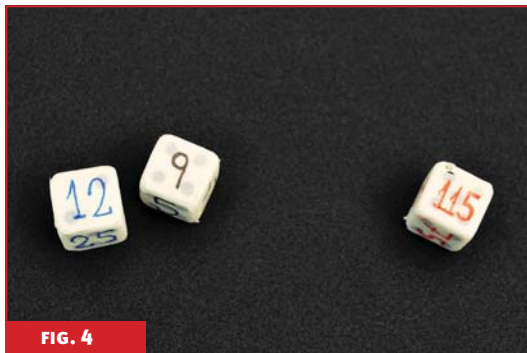
### *Regras do jogo*

1. Os alunos se organizam em grupos de 4, 5 ou 6, para formarem duas equipes, com no máximo 3 jogadores cada;
2. Cada equipe lança os três dados e escolhe dois deles;
3. A equipe marca um ponto por cada divisor comum entre os valores obtidos nos dois dados escolhidos. Se a equipe errar na contagem dos divisores, perde um ponto;
4. Ganha a equipe que completar 10 pontos primeiro.



Os alunos deverão dividir-se em grupos de 4, 5 ou 6, de forma que possam constituir duas equipes, de no máximo 3 alunos cada. Essa divisão permitirá que os alunos possam discutir entre si a estratégia da equipe e ainda garantir a participação ativa de todos.

Alternadamente, as equipes devem lançar os três dados, A, B e C.



Depois de lançar os três dados, cada equipe deverá preencher a TABELA 1 em seu caderno com os resultados obtidos nas rodadas. A mesma tabela deverá ser usada para várias partidas.

★ *A TABELA 1 é um ótimo banco de dados que poderá ser utilizado futuramente em um experimento de estatística. Guarde-a!*

Equipe	Dado A	Dado B	Dado C	AB	AC	BC	Pontos

**TABELA 1** Tabela a ser feita no caderno.

Após cada lançamento dos três dados, a equipe deve escolher dois dos valores obtidos. A equipe marca um ponto para cada divisor em comum desses dois valores e vence quem marcar 10 pontos primeiro.

Dê um tempo de 20 minutos para os alunos jogarem (neste tempo eles devem jogar em torno de 3 a 5 partidas).

Após esse tempo, há uma questão na FOLHA DO ALUNO que aborda o assunto da ETAPA 1.

### ***Pense e responda***

Com base nas jogadas feitas, qual par de dados você acha que é o melhor? Por quê?

O objetivo da pergunta é levar o aluno a formular uma primeira hipótese sobre o jogo, a partir dos resultados obtidos nas partidas disputadas.

---

## **Aplicação de estratégias**

ETAPA

2

---

### ***Regras do jogo***

1. Os alunos se organizam em grupos de 4, 5 ou 6, para formarem duas equipes, com no máximo 3 jogadores cada;



Jogo dos divisores



2. Cada equipe escolhe dois dos três dados para a partida inteira, lançando-os em cada rodada;
3. A equipe marca um ponto por cada divisor comum entre os valores obtidos nos dois dados escolhidos;
4. Ganha a equipe que completar 10 pontos primeiro.

Observe que nesta etapa cada equipe deverá escolher dois dos três dados antes de lançá-los. Professor, é fundamental que neste momento os alunos de cada equipe discutam entre si, para que decidam qual estratégia será adotada no jogo.



**FIG. 5** Par AB, escolhido pela equipe 1.



**FIG. 6** Par BC, escolhido pela equipe 2.

Cada equipe lançará somente os dois dados escolhidos, alternadamente. Sugira estratégias direcionando-os com algumas perguntas, por exemplo: “Qual dado possui o número com mais divisores?” ou “Qual par de dados tem um número maior de divisores em comum?”.

Depois de lançar os dados, cada equipe deverá preencher a TABELA 2 em seu caderno, anotando os seus próprios resultados e os da equipe adversária.

**!** *Professor, verifique se os alunos estão calculando corretamente o número de divisores em comum. Se houver falhas nesta contagem, a análise do jogo pode ficar comprometida.*

		Equipe 1			Equipe 2		
		Dado A	Dado B	Pontos	Dado A	Dado C	Pontos
<b>Partida 1</b>	<b>1ª jogada</b>	25	3	1	11	115	1
	<b>2ª jogada</b>						
	<b>3ª jogada</b>						
	<b>4ª jogada</b>						

**TABELA 2** *Tabela a ser feita no caderno.*

Ao final de cada partida, cada equipe pode decidir mudar sua estratégia e escolher outro par de dados. Se a sala começar a pensar numa só estratégia, sugira para uma ou outra dupla uma estratégia diferente. Isso será interessante para o fechamento da atividade.

Apesar de já terem se familiarizado com o jogo, deixe os alunos jogar por mais 20 minutos, pois pode acontecer de eles perceberem que a estratégia adotada não ter sido a melhor.

A pergunta da Etapa 2 é:

***Pense e responda***

O par de dados escolhido inicialmente foi o melhor? Como você chegou a essa conclusão?

Esta discussão pode ser alimentada com o material apresentado mais detalhadamente no GUIA DO PROFESSOR, por exemplo, fazendo um resumo dos resultados obtidos para cada par de dados em formato de tabelas e gráficos de frequências.

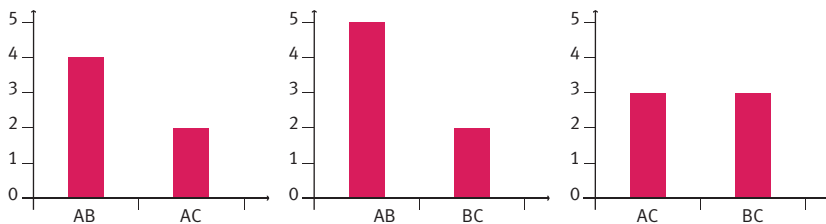
Questione a sala sobre os pares de dados escolhidos. Anote no quadro quantas equipes escolheram o par AB inicialmente, assim como o AC e o BC. Motive os alunos para explicarem por que escolheram cada um dos pares. Verifique com eles se as escolhas foram realmente as melhores, com base nos resultados.

Para cada um dos confrontos possíveis (AB x BC, AC x BC e AB x AC), construa um gráfico de barras com o número de vitórias de cada um dos pares nos confrontos, como na FIGURA 7. Alguns alunos podem mudar de ideia depois de interpretarem estes gráficos.

---

+ *Possíveis formas de análise dos resultados estão no GUIA DO PROFESSOR, incluindo gráficos de frequência e perguntas que podem ser feitas aos alunos.*

---



**FIG. 7** Número de vitórias

# Fechamento

Para finalizar o experimento, represente em uma tabela o números de divisores entre cada par de dados, com todas as combinações possíveis, como nas TABELAS 3, 4, e 5.

*\* Os gráficos obtidos em aula podem ser diferentes dos gráficos do exemplo, já que cada equipe pode ter resultados diferentes.*

C/B	6	35	60	75	115	106
3	2	1	2	2	1	1
5	1	2	2	2	2	1
9	2	1	2	2	1	1
11	1	1	1	1	1	1
14	2	2	2	1	1	4
48	4	1	6	2	1	3

**TABELA 3** Tabela a ser feita no caderno.



C / A	4	12	25	32	49	69
3	1	2	1	1	1	2
5	1	1	2	1	1	1
9	1	2	1	1	1	2
11	1	1	1	1	1	1
14	2	2	1	2	2	1
48	3	6	1	5	1	2

**\*** *Professor, enquanto os alunos realizam a atividade, construa as tabelas na lousa. Motive os alunos para preencherem as tabelas.*

**TABELA 4** Tabela a ser feita no caderno.

A/B	6	35	60	75	115	196
4	2	1	3	1	1	3
12	4	1	6	2	1	3
25	1	2	2	3	2	1
32	2	1	3	1	1	3
49	1	2	1	1	1	3
69	2	1	2	2	2	1

**TABELA 5** Tabela a ser feita no caderno.

Construa junto com os alunos na lousa uma tabela com as probabilidades do total de divisores comuns para as faces de cada par de dados, como nas TABELAS 6, 7, e 8.

**!** *Professor, outras estratégias podem ser adotadas. Ouça todas elas e discuta-as com os alunos.*

Pontos	1	2	3	5	6	Total
Probabilidade	$18/36$	$14/36$	$1/36$	$2/36$	$1/36$	1

**TABELA 6** Tabela a ser feita na lousa. Par de dados BC

Pontos	1	2	3	5	6	Total
Probabilidade	$23/36$	$10/36$	$1/36$	$1/36$	$1/36$	1

**TABELA 7** Tabela a ser feita na lousa. Par de dados CA

Pontos	1	2	3	5	6	Total
Probabilidade	$16/36$	$11/36$	$7/36$	$1/36$	$1/36$	1

**TABELA 8** Tabela a ser feita na lousa. Par de dados AB

# Ficha técnica

## AUTORA

Laura Letícia Ramos Rifo

## COORDENAÇÃO DE REDAÇÃO

Fabricao de Paula Silva

## REDAÇÃO

Luiz Antônio Rodrigues

## REVISORES

### Matemática

José Plínio O. Santos

### Língua Portuguesa

Carolina Bonturi

### Pedagogia

Ângela Soligo

## PROJETO GRÁFICO

### E ILUSTRAÇÕES TÉCNICAS

Preface Design

## ILUSTRADOR

Lucas Ogasawara de Oliveira



## UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

### Reitor

Fernando Ferreira Costa

### Vice-Reitor

Edgar Salvadori de Decca

### Pró-Reitor de Pós-Graduação

Euclides de Mesquita Neto

## MATEMÁTICA MULTIMÍDIA

### Coordenador Geral

Samuel Rocha de Oliveira

### Coordenador de Experimentos

Leonardo Barichello

## INSTITUTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E COMPUTAÇÃO CIENTÍFICA (IMECC – UNICAMP)

### Diretor

Jayme Vaz Jr.

### Vice-Diretor

Edmundo Capelas de Oliveira

LICENÇA Esta obra está licenciada sob uma licença Creative Commons 