



Matemática Multimídia

GEOMETRIA  
E MEDIDAS



## GUIA DO PROFESSOR



# Experimento

Engenharia de grego

### Objetivos da unidade

1. Aplicar conceitos básicos de geometria plana na solução de um problema de construção civil;
2. Planejar, construir e avaliar um projeto.



UNICAMP

LICENÇA Esta obra está licenciada sob uma licença Creative Commons



FUNDO NACIONAL  
DE DESENVOLVIMENTO  
DA EDUCAÇÃO

Secretaria de  
Educação a Distância

Ministério da  
Ciência e Tecnologia

Ministério  
da Educação



# Engenharia de grego

## GUIA DO PROFESSOR

### Sinopse

Neste experimento, os alunos deverão encontrar uma maneira de projetar um túnel que será construído partindo ao mesmo tempo de dois pontos fixados no contorno de uma montanha. O desafio é utilizar conceitos de geometria plana para descobrir em que direção iniciar as escavações em cada uma das extremidades do túnel.

### Conteúdos

- Geometria Plana: Simetrias, Semelhança de triângulos;
- Relações trigonométricas em um triângulo.

### Objetivos

1. Aplicar conceitos básicos de geometria plana na solução de um problema de construção civil;
2. Planejar, construir e avaliar um projeto.

### Duração

Uma aula dupla.



# Introdução

---

Como construir um túnel que atravessasse uma montanha? Como passar um cano de água por baixo de uma construção? Como cavar um canal para levar água a um ponto em uma fazenda?

Antes de começar a construção ou perfurar uma montanha, devemos planejar, fazer medidas e tomar decisões. No caso da construção de um túnel em particular, devemos descobrir qual a direção e o sentido antes de começar a cavar.

Este experimento reproduz um problema histórico e sabemos qual foi o resultado. É o túnel de Eupalinos, com 1036 metros, construído na cidade de Samos, na Grécia. Ele foi construído no século 6 a.C. que existe até hoje!

Uma das primeiras preocupações que Eupalinos deve ter tido foi a de conseguir cavar de um lado e sair do outro no local apropriado. Por razões de logística e praticidade, duas equipes de escavação deveriam começar nos pontos que seriam a entrada e a saída do túnel. Então, se as direções estivessem erradas, haveria o risco de os semitúneis não se encontrarem no interior da montanha.

# Motivação

---

Este experimento permite aos alunos perceberem as dificuldades e algumas soluções para a construção de um túnel ou um canal, o que pode ser facilmente simulado em sala de aula.

# O experimento

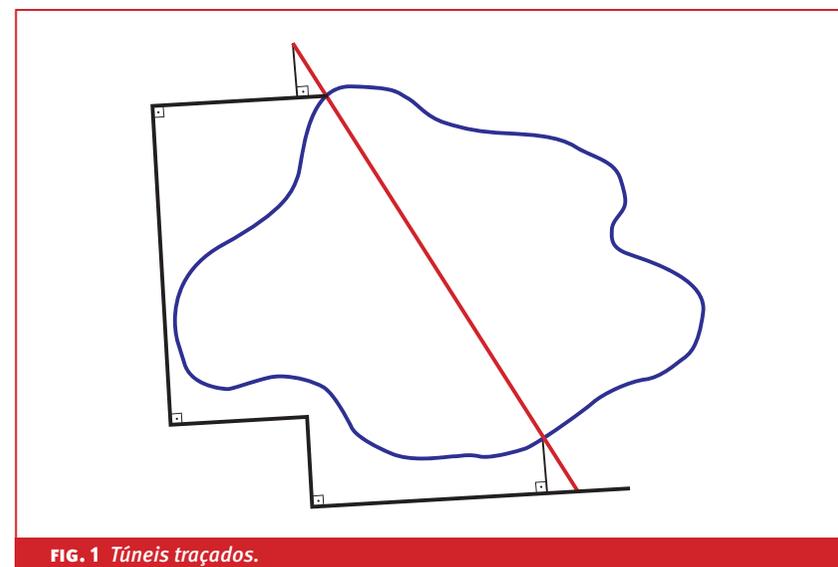
---

## Comentários iniciais

Eupalinos teve que cavar o túnel passando por dentro de uma montanha de maneira que o caminho de escavação fosse o mais reto possível, já que a reta é a menor distância entre dois pontos. Em termos matemáticos, ele precisaria de um segmento de reta entre dois pontos no espaço. Neste experimento vamos simplificar a tarefa para um segmento entre dois pontos em um plano definido previamente, isto é, o problema real é tridimensional, mas vamos simular um problema em duas dimensões por simplicidade.

## Etapa 1 **No meio do caminho tem uma montanha**

O contorno fictício da montanha do experimento está na foto abaixo.



Podemos imaginar como Eupalinos conseguiu medir ângulos retos para garantir que o procedimento funcionasse. Os pedreiros usam, ainda hoje, ferramentas simples para fazer ângulos de  $90^\circ$ , como, por exemplo, os esquadros. Temos informações de que também os egípcios usavam cordas com algumas marcações para obter triângulos retângulos de lados 3, 4 e 5 unidades de comprimento. É possível que os gregos tenham usado um instrumento de medir ângulos chamado dióptra, que é uma versão simples dos instrumentos que os engenheiros e topógrafos usam atualmente: o teodolito. Se achar interessante, sugira uma busca a respeito dos instrumentos usados para medir ângulos.

Nesta etapa do experimento pode ser muito interessante provocar os alunos para pensarem nas dificuldades de se obter ângulos retos no terreno ao redor da montanha, bem como traçar linhas retas e medir as distâncias com a maior precisão possível. Os erros nos ângulos e distâncias vão implicar erros na execução do túnel.

## Etapa 2 E aí? Deu certo?

O experimento entra na etapa de análise e avaliação do projeto. Sugerimos a socialização dos projetos, a discussão e reflexão das diferenças encontradas e dos erros obtidos.

Podemos obter outras soluções para o problema. Uma delas seria colocar arbitrariamente os pontos C e D (FIGURA 2) e situar o ponto E de modo que ele consiga “enxergar” C e D. Sabemos que AC, CE e  $\hat{A}\hat{C}\hat{E}$  podem ser medidos e, pela lei dos cossenos, teremos AE. De maneira similar, vamos obter BE. Com essas medidas os triângulos ACE e BDE ficam completamente determinados e podemos calcular  $\hat{A}\hat{E}\hat{B}$ . Assim,  $\hat{E}\hat{B}\hat{A}$  e  $\hat{E}\hat{A}\hat{B}$  são calculáveis pela lei dos senos, tornando possível calcular a direção e sentido para cavar o túnel em relação a AC e BD.

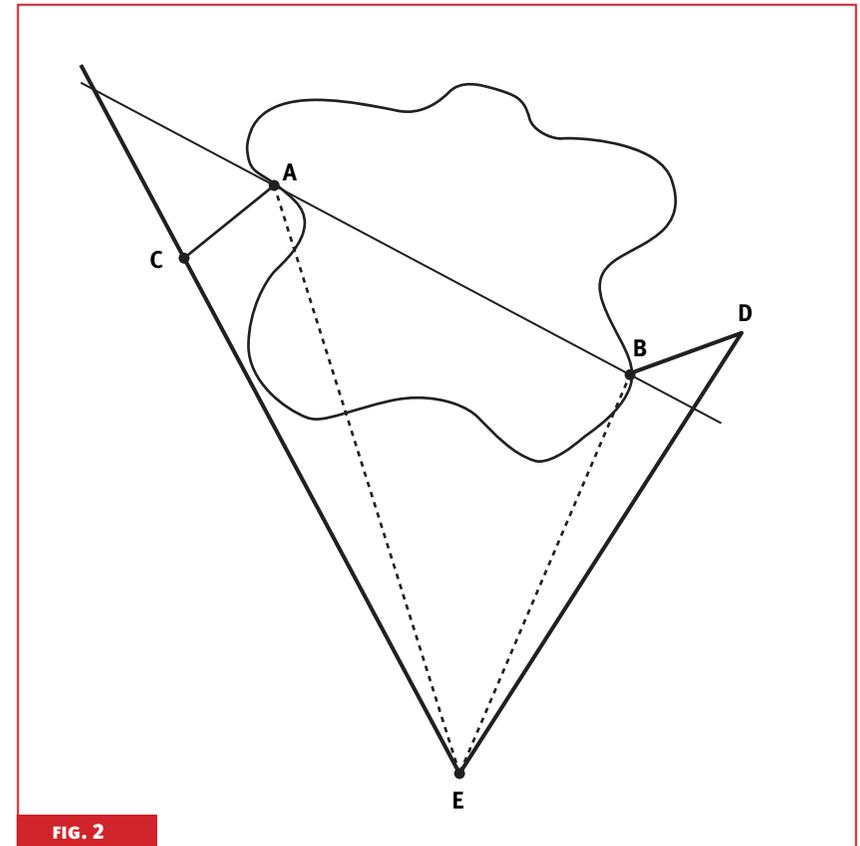


FIG. 2

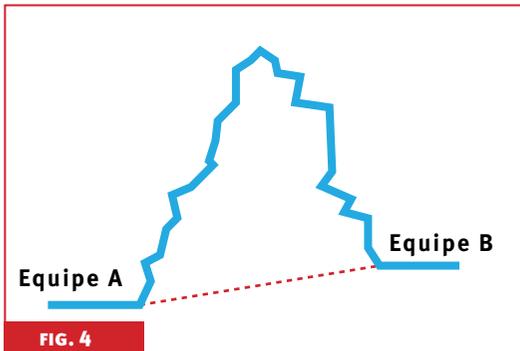
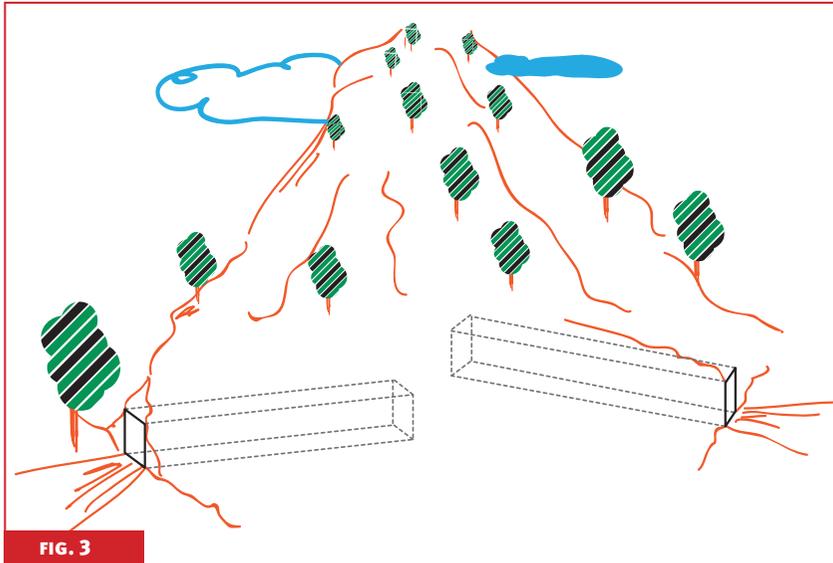
## Fechamento

A solução que Eupalinos e sua equipe obtiveram para construir o túnel não é única, mas é importante que os alunos entendam as dificuldades e as possibilidades.

# Variações

---

Pode ser montado um cenário que não esteja no plano para simular um problema no espaço de três dimensões, como exemplificado abaixo:



# Bibliografia

---

LIMA, Elon Lages. **Meu professor de matemática e outras histórias**. Rio de Janeiro: pg 59, 1991.

# Ficha técnica

## AUTORES

Samuel Rocha de Oliveira,  
Claudina Izepe Rodrigues,  
Eliane Quelho Frota Rezende e  
Maria Lúcia Bontorim de Queiroz

## REVISORES

### Matemática

Antônio Carlos Patrocínio

### Língua Portuguesa

Carolina Bonturi

### Pedagogia

Ângela Soligo

## PROJETO GRÁFICO E ILUSTRAÇÕES TÉCNICAS

Preface Design

## ILUSTRADOR

Lucas Ogasawara de Oliveira

## FOTÓGRAFO

Augusto Fidalgo Yamamoto



## UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

### Reitor

Fernando Ferreira Costa

### Vice-Reitor

Edgar Salvadori de Decca

### Pró-Reitor de Pós-Graduação

Euclides de Mesquita Neto

## MATEMÁTICA MULTIMÍDIA

### Coordenador Geral

Samuel Rocha de Oliveira

### Coordenador de Experimentos

Leonardo Barichello

## INSTITUTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E COMPUTAÇÃO CIENTÍFICA (IMECC – UNICAMP)

### Diretor

Jayme Vaz Jr.

### Vice-Diretor

Edmundo Capelas de Oliveira

LICENÇA Esta obra está licenciada sob uma licença Creative Commons 